

OTSUSTUSTEORIA

OTSUSTUSTEORIA

***Sissejuhatus otsustusteooriasse ja heaolufunktsioonidesse
majandusteoreetiliste rakendustega***

Jüri Eintalu

Kirjastaja Jüri Eintalu
Väljaandja Leanpub, 2023
<https://leanpub.com/otsustusteooria>

ISBN 978-9916-4-1695-2 (pdf)

© 2011 Jüri Eintalu

SISSEJUHATUS

See raamat on otsustamismeetodeist ning nende majandusteoreetilistest rakendustest.

Otsustamismeetodeist on matemaatiliste – ja seetõttu nõ “teaduslike” – meetodite seast tuntuim nn *otsustusteooria*. Otsustusteooria on suhteliselt hiljuti, 1970-ndail välja arendatud matemaatiline distsipliin.

Siiski tuleb mainida ka matemaatiliste meetodite piiratust. Otsustamisel peame arvestama ka ajafaktoriga, info kättesaadavuse ja selle töötlemise raskustega, iseenda ja teiste psühholoogiaga. Siin sõandan soovitada kauaaegse (1985–2000) male maailmameistri Kasparovi raamatut, mis räägib otsustamisest males, poliitikas, sõjanduses ning äris.¹ Näiteks: kas võtta otsus vastu kiirustades ja puuduliku informatsiooniga või kulutada väärtuslikku aega täiendavate andmete hankimiseks ning nende analüüsimiseks?

Samuti tuleb märkida, et kaasaegses majandusteoorias on olulise koha hõivanud nn *mänguteooria*. Kui peame arvestama vaid looduse juhuseid, võib “puhas” otsustusteooria meid küll aidata, kui peame aga arvestama ka oma vastaste või konkurentide võimaliku käitumisega, on mõnedes olukordades kohasem kasutada mänguteoreetilisi mudeleid. Viimastes arutletakse tihti selle üle, mida konkurent arvab selle kohta, mida mina arvan selle kohta, mida arvab tema, jne. Näiteks: kas ma peaksin oletama, et ta arvab, et ma kasutan otsustusteooriat? Otsustusteooria ja mänguteooria vahet pole nii selge.²

Otsustusteooria kasutab *tõenäosusteooriat* ja mõistet *kasulikkus*³. Seetõttu tutvustab käesolev raamat ka kasulikkuse teooriat.

Mõnigi lugeja märkab siin, et enamus valemeid on talle juba tuttavad. Põhjuseks on see, et otsustusteooria kasutab juba varem tuntud tõenäosusteooria reegleid, omistades aga tõenäosuse mõistele mittestandardse – nimelt mittestatistilise tähenduse.

Käesolev raamatu käsikiri valmis aastail 2010–2011 EBS-s (Estonian Business Schoolis) minu poolt antud loengute käigus. Kuna nii mõnedki magistrandid, kellele pidin majandusteooria mõnda haru õpetama, ei vullanud isegi põhikooli matemaatikat, saigi kirjutatud ka peatükk sissejuhatusega tõenäosusteooriasse.

Mul ei ole kahjuks kedagi eriti tänada. Raamatu kirjutamisel ei saanud ma ülikoolilt märgatavat abi. Ka tagasisidet käsikirjale ei õnnestunud kolleegidelt (majandusteadlased ja -matemaatikud) saada. Lõpuks jäi raamat ülikooli poolt ka välja andmata. Samuti ei ilmunud minu ingliskeelne raamat kasufunktsioonidest. Hiljem kasutasid need samad ülemused minu vastu argumenti, et ma “pole midagi teinud”. Nüüd avaldan käesoleva käsikirja ühes väikeste parandustega. Ingliskeelne raamat ilmus aga äsja:

Eintalu, J. (2019) *Utility Function* $u = x/(x + 1)$. Berlin: Lambert Academic Publishing.

¹ Kasparov, G. (2009). *Male kui elu mudel*. Tallinn: Tänapäev.

² Vt n Bicchieri, C. (1998) “Decision and Game Theory” *Routledge Encyclopedia of Philosophy*, Vol 2. London & NY: Routledge, pp 823–835.

³ Inglise: *utility*. Mõnikord tõlgitakse *utility* eesti keelde kui *heaolu*.

SISUKORD

SISSEJUHATUS.....	5
SISUKORD.....	7
I. TÕENÄOSUSTEORIA.....	9
1. Kasulikkuseootus.....	9
2. Üksteist välistavate otsuste ammendav loetelu.....	11
3. Üksteist välistavate sündmuste ammendav loetelu.....	13
4. Tõenäosusteooria.....	15
5. Tõenäosuse erinevad interpretatsioonid.....	23
6. Bayesi teoreemi statistiline tõestus.....	28
7. Baiesiaanide mõned tõestused.....	30
8. Kuidas statistikaga saab kõike “tõestada”.....	33
II. KIHILVEOD, VARATABELID JA OTSUSTUSMEETODID.....	37
9. Õiglaselised kihlveod.....	38
10. Varatabelid ja varaootuse maksimeerimine.....	40
11. Kindlustuslepingu puudumine kui kihlvedu.....	43
12. Erinevaid otsustamise algoritme.....	45
13. Vektorite skalaarkorrutis.....	48
14. Range domineerimine.....	52
15. Pareto eelistus.....	57
16. Mänguteooria.....	60
III. LINEAARNE KASULIKKUSEFUNKTSIOON.....	63
17. Keskmise palga arvutuse näide.....	64
18. Keskmise palk üldjuhul.....	70
19. Kasulikkus kui tõenäosus.....	72
20. Lineaarteisendus.....	74
21. Raskused lõpmatusega.....	76
IV. MITTELINEAARNE KASULIKKUSEFUNKTSIOON.....	79
22. Kasulikkuse ajaloost.....	80
23. Mittelineaarse kasulikkuse üldomadused.....	84
24. Konstantse riskivältivusega kasulikkusefunktsioon.....	86
V. KAHANEVA RISKIVÄLTIVUSEGA KASULIKKUSEFUNKTSIOON.....	105
25. Kasulikkusefunktsioon $u = x/(x + 1)$	106
26. Kasulikkusefunktsioon $u = \ln(x)$	123
VI. PETERBURI PARADOKS JA LÕPMATU VÕIDU PARADOKS.....	131
27. Peterburi paradoks.....	132
28. Lõpmatu võidu paradoks.....	140
29. Kolm kasulikkusefunktsiooni ja kolm paradoksi.....	144
30. Loterii ja kihlvedu.....	145
31. Peterburi paradoksi eripära.....	148
32. Võitude aritmeetilise jadaga loterii.....	155
VII. MAJANDUSRAKENDUSI: KINDLUSTUSLEPING.....	161
33. Kindlustusleping varaootuse põhjal.....	162
34. Motiveeritud lepingud ja tehingud.....	169
35. Kasulikkuseootus ja riski lisa.....	176
36. Kasulikkuseootus lineaarses lähenduses.....	182
VIII. KINDLUSTUSLEPING KONSTANTSE RISKIVÄLTIVUSE KORRAL.....	189
37. Konstantne riskivältivus.....	190

38. Kindlustusevõtja konstantne riski lisa.....	191
39. Kindlustuseandja konstantne riski lisa.....	196
40. Üldisi tähelepanekuid.....	198
IX. KINDLUSTUSLEPING KAHANEVA RISKIVÄLTIVUSE KORRAL.....	201
41. Kindlustusevõtja kahanev riski lisa.....	202
42. Kindlustuseandja kahanev riski lisa.....	205
43. Vastastikku motiveeritud kindlustusleping.....	209
JÄRELSÕNA.....	213
BIBLIOGRAAFIA.....	215

IX. KINDLUSTUSLEPING KAHANEVA RISKIVÄLTIVUSE KORRAL

Eelmises osas demonstreerisime, et vastupidiselt küllaltki levinud arvamusele ei õnnestu konstantse riskivältivusega kasulikkusefunktsiooni abil seletada vastastikku motiveeritud kindlustuslepingu võimalikkust, kui kindlustusevõtja ja -andja juhinevad ühest ja samast kasulikkusefunktsioonist (st, kui nende konstantsed riskivältivused on võrdsed).

Käesolevas osas näitame, et kahaneva riskivältivusega kasulikkusefunktsiooni (vt Eintalu 2019)

$$u(x) = \frac{x}{x+1}$$

kasutamisel õnnestub seletada vastastikku motiveeritud kindlustuslepingu võimalikkust.

Kasutame järgmisi tähistusi:

- c – eraisiku algvara;
- C – panga algvara;
- Δc – eraisiku varaosa, mille hävimise tõenäosus on p ;
- N – kindlustusleppe tasu (ühekordne kindlustusmakse).

Me teeme järgmised eeldused:

$$\Delta c \leq c;$$
$$p = \frac{1}{2}.$$

Arvutuste lihtsustamiseks ja lühendamiseks vaatleme vaid erijuhtu, kui õnnetus, milles häviks varaosa Δc , toimub tõenäosusega 0.5 .

41. Kindlustusevõtja kahanev riski lisa

Kindlustusevõtja jaoks on kindlustuslepingut ratsionaalne sõlmida, kui on rahuldatud tingimus (35.4), mis juhul $p = 1/2$ saab kuju

$$u(c - N) \geq \frac{1}{2} \cdot [u(c) + u(c - \Delta c)] \quad (41.1)$$

Kasutame järgmist arvutusvõtet:

$$u(x) = \frac{x}{x+1} = 1 - \frac{1}{x+1} \quad (41.2)$$

Kasulikkusefunktsioonid valemist (41.1) saab siis avaldada järgnevalt:

$$u(c) = 1 - \frac{1}{c+1} \quad (41.3)$$

$$u(c - \Delta c) = 1 - \frac{1}{c+1 - \Delta c} \quad (41.4)$$

$$u(c - N) = 1 - \frac{1}{c+1 - N} \quad (41.5)$$

Siis võrratuse (41.1) parem pool avaldub järgnevalt:

$$1 - \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{c+1} + \frac{1}{c+1 - \Delta c} \right) = 1 - \frac{1}{2} \times \left[\frac{2 \cdot (c+1) - \Delta c}{(c+1) \cdot (c+1 - \Delta c)} \right] \quad (41.6)$$

ja võrratus (41.1) saab kuju

$$1 - \frac{1}{c+1 - N} \geq 1 - \frac{1}{2} \times \left[\frac{2 \cdot (c+1) - \Delta c}{(c+1) \cdot (c+1 - \Delta c)} \right] \quad (41.7)$$

Viimase võrratuse lihtsustamine viib võrratusele

$$N \leq \frac{\Delta c}{2} + \frac{\left(\frac{\Delta c}{2}\right)^2}{c+1 - \frac{\Delta c}{2}}$$

**MAKSIMAALNE LEPPETASU
KINDLUSTUSVÕTJA JAOKS**

(41.8)

Võrratuse (41.8) paremal poolel on esimene liige $\Delta c/2$ võrdne maksimaalse kindlustusmaksega varaootuse põhjal (valem (33.8), kui $p = 0.5$). Seega teine liige on riski lisa (ingl k: *risk premium*), mida kutsutakse ka kindlustuse lisaks (ingl k: *insurance premium*) – vt definitsiooni (35.5):

$$\Delta m = \frac{\left(\frac{\Delta c}{2}\right)^2}{c+1 - \frac{\Delta c}{2}}$$

KINDLUSTUSVÕTJA RISKI LISA

(41.9)

Fikseeritud algvara c korral on riski lisa (41.9) kindlustatava vara Δc kasvav funktsioon. Ent riski lisa (41.9) jääb alati väiksemaks varaootuse põhjal arvatud maksimaalsest kindlustusmaksest:

$$\Delta m < \frac{\Delta c}{2} \quad (41.10)$$

Seetõttu maksimaalne ratsionaalne kindlustusmaks N jääb alati väiksemaks kindlustatavast varaosast Δc :

$$N < \Delta c \quad (41.11)$$

Kui ohustatud varaosa Δc pole null, siis on riski lisa (41.9) alati positiivne, milles väljendub kindlustusevõtja riskivältivus. Ohustatud varaosa Δc fikseeritud suuruse korral on riski lisa koguväga c suurenedes kahanev (kahanev riskivältivus) ja ta kahaneb lõpmatutes nullini.

Seejuures väga suurte algvara väärtuste c korral kahaneb riski lisa (41.9) pöördvõrdeliselt vara suurusega c ja tema suuruse hindamiseks saame järgmise lihtsa valemi:

$$c \gg \Delta c$$

$$c \gg 1$$

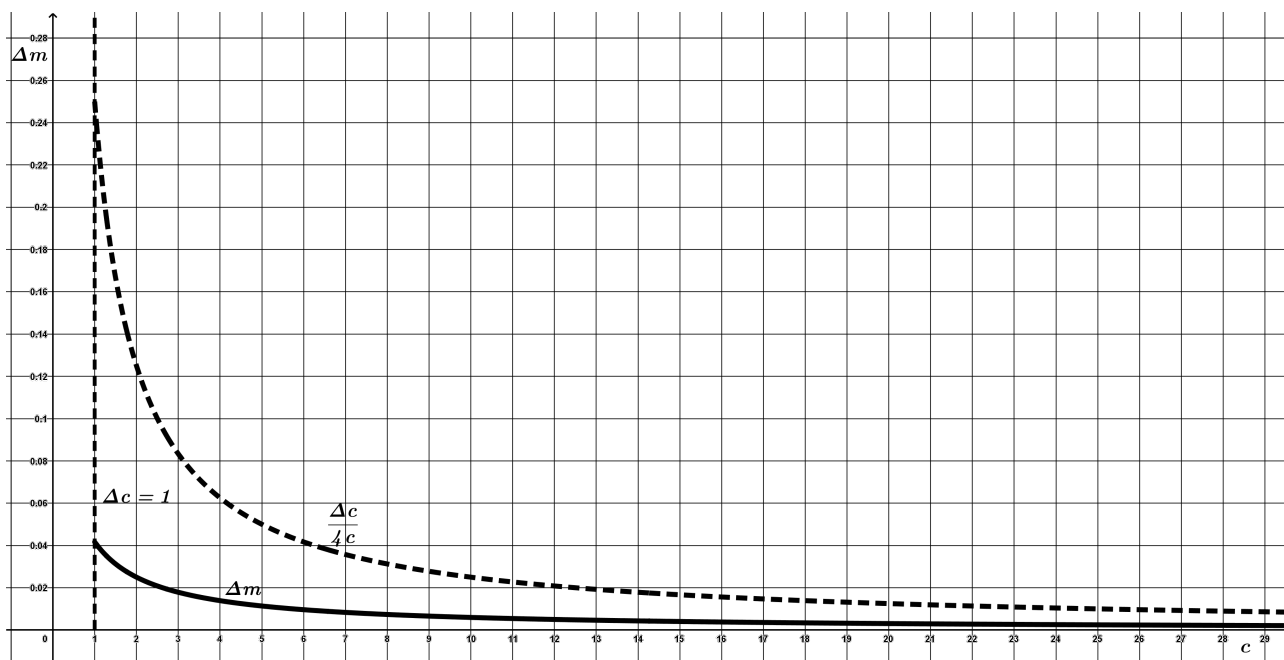
$$\frac{\Delta m}{\Delta c} \approx \frac{1}{4} \times \left(\frac{\Delta c}{c} \right)$$

KINDLUSTUSVÕTJA RISKI LISA Δm ALGVARA c SUURTEL VÄÄRTUSTEL

(41.12)

Näiteks kui kindlustatav varaosa moodustab 4% kogu varast, siis riski lisa moodustab 1% kindlustatavast varaosast. Kuna varaootuse põhjal arvutatav kindlustusmakse on tervelt 50% kindlustatavast varaosast, siis on riski lisa poolt antav täiendav mänguruum üsna väike.

Allpool esitatud JOONISEL 44 on pideva kõverjoonega näidatud funktsioon (41.9) ning selle kohal kõvera punktiirjoonega asümptootiline lähendus (41.12) juhul $\Delta c = 1$:



JOONIS 44

Kindlustusvõtja kahanev riski lisa

JOONISEL 44 ülal on c kindlustusevõtja algvara ja Δm on riski lisa – maksimaalne rahasumma, mida ta on nõus kindlustuse eest maksma lisaks varaootuse põhjal arvutatule. Kindlustatava varaosa suurus on $\Delta c = 1$. See on täieliku hävimise ohus tõenäosusega $p = 0.5$. Arvutustes on kasutatud kasulikkusefunktsiooni $u = x/(x + 1)$. Kõvera katkendliku joonega on näidatud riski lisa lähendus.

42. Kindlustuseandja kahanev riski lisa

Eelmise peatüki najal võiks intuiitiivselt oletada, et ka kindlustuseandja riski lisa on tema algvara C järgi kahanev ja läheneb asümpütootiliselt nullini. Kui kindlustuseandja – näiteks panga – vara on väga suur, siis võiks kasutada lähendust, mille järgi kindlustuseandjal riskivältivus puudub. Selline lineaarne lähendus annaks vastastikku motiveeritud kindlustuslepingu leppetasu N jaoks järgmise võrratuse

$$\frac{\Delta c}{2} < N < \frac{\Delta c}{2} + \frac{\left(\frac{\Delta c}{2}\right)^2}{c+1 - \frac{\Delta c}{2}} \quad (42.1)$$

Ent igaks juhuks tuleks valemid siiski täpselt välja arvutada. Tegemist on ju ebasümmeetrilise olukorraga, sest kindlustusleppe sõlmimisel kindlustusevõtja väljub kihlveo olukorrast, kindlustuseandja aga siseneb sellesse. Lisaks sellele kulgeb kindlustusmakse ühesuunaliselt kindlustusevõtjalt kindlustuseandjale.

Kindlustusevõtja jaoks on kindlustuslepingut ratsionaalne sõlmida, kui on rahuldatud tingimus (35.10), mis juhul $p = 1/2$ saab kuju

$$\frac{1}{2} \cdot [u(C+N) + u(C+N - \Delta c)] \geq u(C) \quad (42.2)$$

Ülal N on kindlustusleppe tasu, C on kindlustuseandja algvara, Δc aga on kindlustatava varaosa suurus.

Kasutame järgmisi avaldisi:

$$u(C) = 1 - \frac{1}{C+1} \quad (42.3)$$

$$u(C+N) = 1 - \frac{1}{C+1+N} \quad (42.4)$$

$$u(C+N - \Delta c) = 1 - \frac{1}{C+1+N - \Delta c} \quad (42.5)$$

Võrratuse (42.2) vasaku poole arvutame järgnevalt:

$$1 - \frac{1}{2} \times \left[\frac{1}{C+1+N} + \frac{1}{C+1+N - \Delta c} \right] = 1 - \frac{1}{2} \times \left[\frac{2 \cdot (C+1+N) - \Delta c}{(C+1+N) \cdot (C+1+N - \Delta c)} \right] \quad (42.6)$$

Võrratus (42.2) saab siis järgmise kuju:

$$1 - \frac{1}{2} \times \left[\frac{2 \cdot (C+1+N) - \Delta c}{(C+1+N) \cdot (C+1+N - \Delta c)} \right] \geq 1 - \frac{1}{C+1} \quad (42.7)$$

Pärast lihtsustamist saab selle võrratuse viia kujule

$$\frac{\Delta c}{2} \leq \left(1 + \frac{N - \Delta c}{C + 1}\right) \cdot N \quad (42.8)$$

Arvestame siin, et suurus $\Delta c/2$ on varaootuse järgi arvutatud kindlustusmakse (vt valemit (33.15)) juhul $p = 0.5$. Võtame kasutusele tähistuse

$$z = N - \frac{\Delta c}{2} \quad (42.9)$$

Võrratus (42.8) saab siis kuju

$$z^2 + (C + 1) \cdot z - \left(\frac{\Delta c}{2}\right)^2 \geq 0 \quad (42.10)$$

Ruutvõrrandi

$$z^2 + (C + 1) \cdot z - \left(\frac{\Delta c}{2}\right)^2 = 0 \quad (42.11)$$

lahendid avalduvad kujul

$$z_{1,2} = -\left(\frac{C + 1}{2}\right) \pm \frac{\sqrt{(C + 1)^2 + \left(\frac{\Delta c}{2}\right)^2}}{2} \quad (42.12)$$

Võrratus (42.10) on samaväärne võrratusega

$$(z - z_1) \times (z - z_2) \geq 0 \quad (42.13)$$

Meile sobivad ainult positiivsed lahendid. Seega on võrratuse (42.10) lahendiks

$$z \geq \frac{\sqrt{(C + 1)^2 + (\Delta c)^2} - (C + 1)}{2} \quad (42.14)$$

Arvestades z definitsiooni (42.9) ja riski lisa definitsiooni (35.12), oleme me välja arvutanud kindlustuseandja *riski lisa* (ingl k: *risk premium*) ehk kindlustuse lisa (ingl k: *insurance premium*):

$$\Delta M = \frac{\sqrt{(C+1)^2 + (\Delta c)^2} - (C+1)}{2}$$

KINDLUSTUSANDJA RISKI LISA

(42.15)

Kui kindlustatav varaosa Δc pole null, siis on riski lisa positiivne ja meil on tegemist riskivältivusega.

Funktsiooni (42.15) tuletis C järgi on negatiivne:

$$\frac{\partial}{\partial C} \Delta M = \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{C+1}{\sqrt{(C+1)^2 + (\Delta c)^2}} - 1 \right] < 0 \quad (42.16)$$

Seega on meil tegemist kahaneva riskivältivusega.

Valemi (42.15) võib esitada ka mugaval suhtarvulisel kujul

$$\frac{\Delta M}{C+1} = \frac{1}{2} \times \left[\sqrt{1 + \left(\frac{\Delta c}{C+1} \right)^2} - 1 \right]$$

KINDLUSTUSANDJA RISKI LISA ΔM

(42.17)

Väga suurte C väärtuste korral võime kasutada järgmist lähendust:

$$\begin{aligned} C &\gg \Delta c \\ C &\gg 1 \end{aligned}$$

$$\frac{\Delta M}{\Delta c} \approx \frac{1}{4} \times \left(\frac{\Delta c}{C} \right)$$

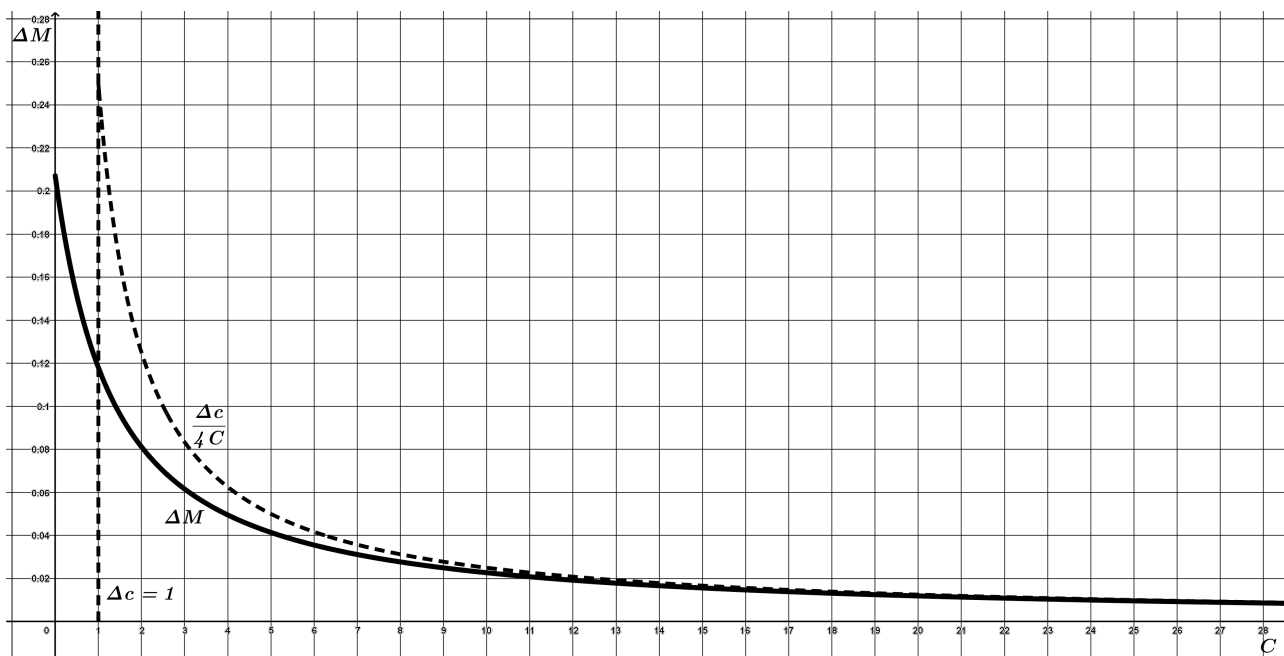
**KINDLUSTUSANDJA RISKI LISA ΔM ALGVARA C SUURTEL
VÄÄRTUSTEL**

(42.18)

Võrdle lähendusega (41.12) ülalt kindlustusevõtja jaoks.

Niisiis C kasvades lõpmatuseni kahaneb riski lisa ΔM nullini. Seega väga rikka kindlustuseandja puhul võib tõepoolest kindlustusmakse N optimaalse vahemiku arvutamiseks kasutada lähendust (42.1) ülalt.

Allpool esitatud JOONISEL 45 on pideva kõverjoonega näidatud funktsioon (42.15) ning selle kohal kõvera punktiirjoonega asümptootiline lähendus (42.18) juhul $\Delta c = 1$:



JOONIS 45

Kindlustusandja kahanev riski lisa

JOONISEL 45 ülal on C kindlustuseandja algvara ja ΔM on riski lisa – minimaalne rahasumma, mida ta on nõus kindlustuse pakkumise eest küsima lisaks varaootuse põhjal arvutatule. Kindlustatava varaosa suurus on $\Delta c = 1$. See on täieliku hävimise ohus tõenäosusega $p = 0.5$. Arvutustes on kasutatud kasulikkusefunktsiooni $u = x/(x + 1)$. Kõvera katkendliku joonega on näidatud riski lisa lähendus.

43. Vastastikku motiveeritud kindlustusleping

Mõlemapoolselt motiveeritud kindlustusleping on võimalik, kui kindlustusevõtja riski lisa on suurem kui kindlustuseandja riski lisa:

$$\Delta m > \Delta M \quad (43.1)$$

seega meie näites juhul (vt valemeid (41.9) ja (42.15) ülalt), kui on rahuldatud järgmine võrratus:

$$\frac{\left(\frac{\Delta c}{2}\right)^2}{c+1 - \frac{\Delta c}{2}} > \frac{\sqrt{(C+1)^2 + (\Delta c)^2} - (C+1)}{2}$$

MOTIVEERITUD KINDLUSTUSLEPINGU TINGIMUS

(43.2)

Ülal C on kindlustuseandja algvara, c on kindlustusevõtja algvara, Δc on kindlustatav varaosa, mis tõenäosusega $1/2$ võib täielikult hävida, kasutatud on kasulikkusefunktsiooni $u(x) = x/(x+1)$.

Näide

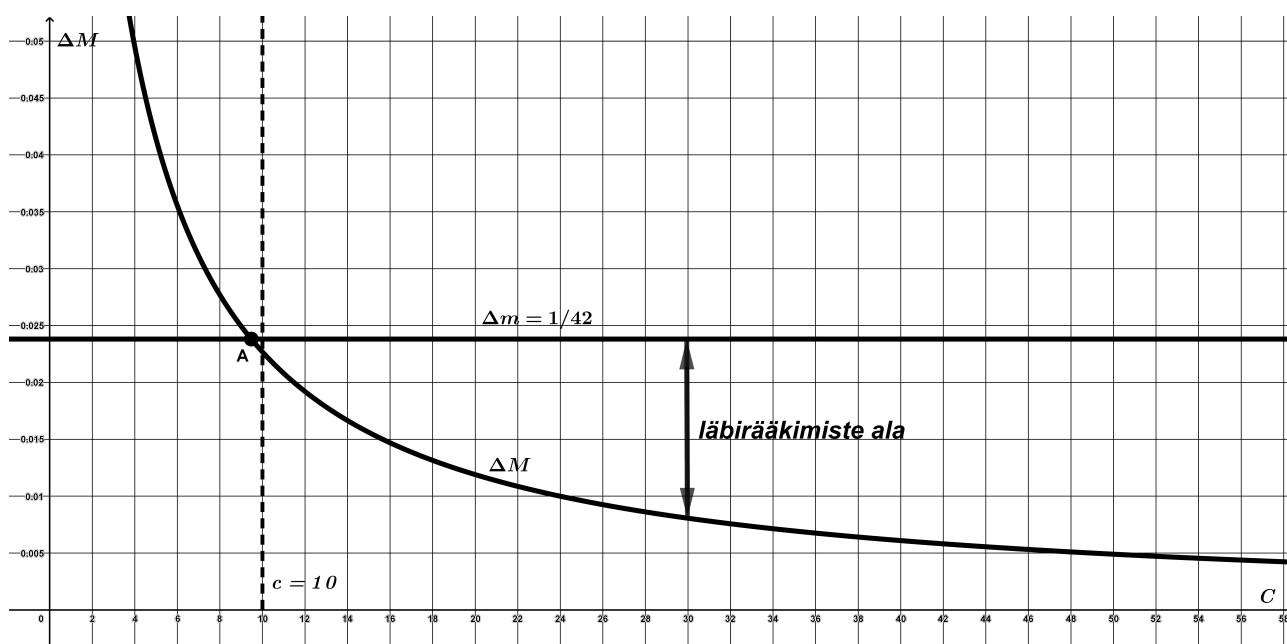
Vaatleme järgmist erijuhtu:

$$\begin{aligned} c &= 10 \\ \Delta c &= 1 \end{aligned} \quad (43.3)$$

Siis võrratus (43.2) saab kuju

$$\frac{1}{42} > \frac{\sqrt{1+(C+1)^2} - (C+1)}{2} \quad (43.4)$$

Vt JOONIS 46 allpool:



JOONIS 46

Vastastikku motiveeritud kindlustuslepingu võimalikkus

JOONISEL 46 ülal kujutab sirgjoon väärtusega $1/42 = 0.024$ kindlustusevõtja riski lisa Δm . Kõverjoon kujutab kindlustuseandja riski lisa sõltuvust tema algvarast C . Jooniselt on näha, et C kasvades riski lisa kahaneb ja läheneb vara suurte väärtuste korral nullile. Alates umbes väärtusest $C = 10$ on vastastikku motiveeritud kindlustusleping võimalik, sest siis on kindlustusevõtja riski lisa suurem kui kindlustuseandja riski lisa: $\Delta m > \Delta M$. Joonisel on see kujutatud “läbirääkimiste alana”.

Kuigi kindlustusevõtja algvara on $c = 10$, on vastastikku motiveeritud kindlustusleping võimalik isegi juhul, kui kindlustuseandja vara on sellest väärtusest veidi väiksem: $C < 10$. Näiv paradoksaalsus laheneb siin sellega, et õnnetuse juhtumise korral korvab kindlustuseandja kaotatud vara mitte ainult oma algvara arvelt, vaid ka laekunud kindlustusmakse arvelt.

Olgu siin märgitud, et kokkulepitav kindlustusmakse koosneb varaootuse põhjal arvutatud maksest pluss riski lisa arvestades kokku lepitud lisasummast. Varaootuse põhjal arvutatud makse on käesoleval juhul

$$p \cdot \Delta c = 0.5 \cdot 1 = 0.5 \quad (43.5)$$

ja see on märgatavalt suurem kui talle lisanduda võiv maksimaalne riski lisa makse

$$\Delta m = \frac{1}{42} \approx 0.024 \quad (43.6)$$

mis moodustab vaid umbes 5% varaootuse põhjal arvutatud maksest (43.5). Kui tugev saab antud näites siis olla lepingu sõlmimise motiveeritus? Ka motivatsioonitugevuse hindamine kasulikkuse skaalal annab siin vaid üliväikese erinevuse. Tõtt-öelda puudub meil teooria hindamaks motivatsioonitugevust – seni on meie teooria tegelenud vaid motiveerituima otsuse

väljaselgitamisega. Klassikalise otsustusteooria eelduseks on, et ratsionaalne agent valib sellise otsustuse, mille kasulikkuseootus on maksimaalne.

JÄRELSÕNA

Tagasivaateliselt saan nentida, et käesolevas monograafias on mul muuhulgas õnnestunud teostada järgmist.

Tähelepanu on juhitud mitmetele tähtsatele vigadele, mida ühed autorid ei tee, mis aga visalt esinevad teiste autorite ülevaateartiklites ja mis nagu halb unenägu ilmuvad taas ja taas otsustus- ja mänguteooria teooria õpikuis ning nende arvukais kordustrükkides.

Rangelt domineeritud strateegia definitsioonis on erinevad autorid loogika kvantorite järjekorra sageli segi ajanud (vt Ptk 14).

Nõrga domineerimise definitsioon on sageli ebamääraselt esitatud ja käesolevas raamatus on seda eksplitsiitselt parandatud "Pareto eelistuse" mõistega (vt Ptk 15).

Käesolevas raamatus on kasutatud lihtsat kahaneva riskivältivusega funktsiooni

$$u(x) = x/(x + 1)$$

Sageli on kurdetud, et raske on leida lihtsa kujuga kasulikkusefunktsiooni, millel oleks kahanev riskivältivus, mis lõpmatuses kahaneks nullini. Kui esitatakse lihtsate kasulikkusefunktsioonide loetelu, sisalduvad selles tavaliselt lineaarne kasulikkus, logaritmiline kasulikkus ja eksponentsiaalne kasulikkus (e konstantse riskivältivusega kasulikkus) – ent entsüklopeediates ja õpikutes pole ma nägema juhtunud selle lihtsa funktsiooni mainimist ega kasutamist arvutustes. Käesolevas monograafias on selle funktsiooni jaoks tehtud mitmeid arvutusi, kaasaarvatud kindlustusmakse puhul riski lisa arvutus.

Hämmastava visadusega on kirjanduses korratud ekslikku väidet, et konstantse riskivältivusega kasulikkusefunktsiooni abil saab selgitada vastastikku kasulikku kindlustuslepingut, eeldades, et kindlustust pakkuva panga varandus on hiiglasuur ja tema kasulikkusefunktsiooni võib seetõttu lähendada lineaarseks. Käesolevas monograafias on tähelepanu juhitud sellele, et konstantse riskivältivuse korral ei õnnestu seletada vastastikku motiveeritud lepingute ja tehingute võimalikkust ning et Daniel Bernoullil oli õigus: kindlustuslepingu seletamiseks on vajalik kahaneva riskivältivusega kasulikkusefunktsioon. Motiveeritud lepingu võimalikkust on käesolevas monograafias seletatud ülalnäidatud kahaneva riskivältivusega kasulikkusefunktsiooni najal, tuletades vajalikud valemid ilmutatud kujul.

Loodetavasti leidis lugeja käesoleva monograafia arvutustest ja aruteludest enda jaoks midagi huvitavat ja jätkab neid arvutusi või esitab oma vastuarvutused. Nagu malemängus. Teie kõik.

Tallinnas, detsember 2019