

# Demostración del último teorema de fermat.

Autor Sergio Adrián Martín

## Introducción

En el siglo xvii Pierre de fermat propuso varias teorías matemáticas de las cuales no hizo demostraciones contundentes.

El llamado último teorema de fermat sostiene que para n mayor que 2 nunca se cumplirá la siguiente ecuación para valores de a b y c enteros.

$$a^n + b^n = c^n \quad (1)$$

Este teorema fue comprobado por el matemático inglés Andrew Wyles en 1995.

Sin embargo su forma de comprobar este teorema implicó desarrollar nuevas herramientas matemáticas que no existían hasta entonces. El propio Wyles afirmó que aunque fermat sostenía tener una demostración, le hubiera sido imposible llegar a ellas con las herramientas con que se contaban en el siglo XVII.

Sin embargo sin llegar a tener que reformular todas las matemáticas, existen formas más simples de demostrar que el teorema de Fermat- Wyles se cumple.

## El pequeño teorema de fermat como aproximacion.

El pequeño teorema de fermat establece que el siguiente cociente será entero siempre que p sea un número primo.

$$k_1 = \frac{(a^{(p-1)} - 1)}{p} \quad (2)$$

Fermat no demostró que esto fuera cierto, pero varias décadas después Euler logró demostrar que sí lo era.

Así pues k1 debería ser un entero para p primo independientemente del valor de a.

Si se sustituye a por b se deberá de cumplir que exista un valor k2 que satisfaga al pequeño teorema de fermat.

luego se llega a la siguiente ecuación.

$$k_2 = \frac{(b^{(p-1)} - 1)}{p} \quad (3)$$

despejando las potencias de a y b se tienen las siguientes ecuaciones

$$\begin{aligned} a^{(p-1)} &= k_1 p + 1 \\ b^{(p-1)} &= k_2 p + 1 \end{aligned} \quad (4)$$

luego tambien se puede deducir que una potencia de c elevado a la p - 1 puede escribirse de la siguiente forma

$$c^{(p-1)} = k_3 p + 1 \quad (5)$$

a partir de este momento voy a recurrir a una demostración por el absurdo es decir voy a asumir que el último teorema de fermat no se cumple por lo tanto puede escribirse lo siguiente

$$\begin{aligned}
 a^{(p-1)} + b^{(p-1)} &= c^{(p-1)} \\
 k_1 p + 1 + k_2 p + 1 &= k_3 p + 1 \\
 k_1 p + k_2 p + 1 &= k_3 p \\
 k_1 + k_2 + \frac{1}{p} &= k_3 \quad (6)
 \end{aligned}$$

la última expresión nos lleva a que la suma de dos enteros  $k_1$  y  $k_2$  más el inverso de  $p$  sería igual a un entero  $k_3$ , lo cual es un absurdo. La única explicación sería que uno de los tres valores que hemos asumido como entero no lo es, o que simplemente no existe un valor de  $c$  elevado a la  $p - 1$  que satisfaga la ecuación básica del último teorema de fermat.

Lo anterior implica que si  $n$  es igual a  $p - 1$  entonces  $n$  deberá ser un número entero y par que preceda a un número primo. en cualquiera de esos casos no cabe duda que se cumple el teorema de fermat pero no necesariamente implica que se ha de cumplir para todo  $n$  par.

Así pues, para  $n$  igual a 4 a 6 a 10 a 12 a 16 a 18 etcétera se ha de cumplir el último teorema de formato de acuerdo a las deducciones anteriores.

Obviamente, expresiones en las cuales  $n$  sea igual a 8 o múltiplo de 4 se pueden reducir a la suma de cuartas potencias, por lo tanto para cualquier valor de  $n$  que sea múltiplo de 4 también se ha de cumplir el teorema de Fermat.

Lo mismo puede decirse para cualquier valor de  $n$  que sea múltiplo de 6, 10 ó 18.

Esto dejaría como una gran incógnita el si el teorema de Fermat se cumple para valores de  $n$  impar tales como tres cinco o siete .

Sin embargo, para demostrar estos casos vale la pena valerse de otra herramienta como el teorema de Proth.

### Demostracion para casos especiales

Para estos casos utilizaré el llamado Teorema de Proth.

Según este teorema existen ciertos números primos para los cuales se ha de cumplir que el siguiente cociente es un número entero.

$$k_1 = \frac{(a^{\frac{(p-1)}{2}} + 1)}{p} \quad (7)$$

Esto no es válido en todos los casos pero sí particularmente para ciertos primos que son considerados los llamados primos de Proth. Para el caso por ejemplo para  $p = 3$ .

Se puede deducir que si  $p$  es un homo impar  $p - 1$  ha de ser un número par. luego cualquier potencia elevado a la  $p - 1$  puede expresarse por el siguiente producto.

$$(a^{(p-1)} - 1) = (a^{\frac{(p-1)}{2}} + 1)(a^{\frac{(p-1)}{2}} - 1) \quad (8)$$

para que se cumpla el pequeño teorema de Fermat uno de los dos factores de la ecuación anterior deberá ser divisible entre  $p$  , por lo cual el teorema de Proth deberá cumplirse al menos en el 50% de los casos.

De lo anterior si  $p$  fuese igual a 7 podría escribirse la siguiente ecuación

$$k_1 = \frac{(a^{\frac{(7-1)}{2}} + 1)}{7} = \frac{(a^3 + 1)}{7} \quad (9)$$

Donde  $k_1$  deberá ser un número entero.

Si sustituyo  $a$  por  $b$  puedo deducir un valor de  $k_2$  válido para la siguiente expresión.

$$k_2 = \frac{(b^3 + 1)}{7} \quad (10)$$

de la misma forma se puede llegar a un valor de  $k_3$  de pendiente de una potencia de  $c$ .

nuevamente si se recurre a una demostración por el absurdo habría que asumir que el último teorema de fermat no es válido para  $n = 3$  y sustituir de las ecuaciones anteriores en la siguiente expresión.

$$\begin{aligned}a^3 &= 7k_1 - 1 \\b^3 &= 7k_2 - 1 \\c^3 &= 7k_3 - 1 \\a^3 + b^3 &= c^3 \\7k_1 - 1 + 7k_2 - 1 &= 7k_3 - 1 \\k_1 + k_2 - \frac{1}{7} &= k_3 \quad (11)\end{aligned}$$

Al final llegamos a que la suma de dos enteros menos un séptimo debería de ser igual a otro entero lo cual es absurdo. De ahí nuevamente habrá que deducir que el último teorema de Fermat se cumple para  $n = 3$ , y por lo tanto no se puede afirmar que la suma de dos cubos de enteros sea igual al cubo de otro entero.

Lo anterior implica que el teorema se cumple no solo para  $n$  igual 3, sino también para cualquier valor de  $n$  que sea múltiplo de tres como 9, 12, 15, 21, etcétera.

Igualmente para  $p$  igual 11, si se aplica el teorema de Proth se llegaría a expresiones que implican operar la quinta potencia de un número. el mismo método ha de llevarme a que se cumpla el último teorema de fermat para  $n = 5$  y para todos sus múltiplos.

$$\begin{aligned}k_1 &= \frac{(a^5+1)}{11}, k_2 = \frac{(b^5+1)}{11}, k_3 = \frac{(c^5+1)}{11} \\a^5 + b^5 &= c^5 = 11k_1 - 1 + 11k_2 - 1 = 11k_3 - 1 \\k_1 + k_2 - 1/11 &= k_3 \quad (12)\end{aligned}$$

De lo anterior se puede deducir que la cantidad de casos en que se cumple el teorema tiende a ser infinito.

Sin embargo, si se quisiera aplicar el teorema de Proth para demostrar el teorema de Fermat con  $p$  igual a 15 se llegaría a operar con potencias elevadas a siete, pero el teorema de Proth no sería válido porque 15 no es un número primo.

Sin embargo en el caso especial de  $p$  igual a 29 ya se sabe que 29 es primo, pero la expresión siguiente se puede llevar a partir del pequeño teorema de Fermat a sopesar un cociente entero entre a elevado a la séptima más uno dividido entre 29.

$$(a^{(29-1)} - 1) = (a^{14} - 1)(a^{14} + 1) = (a^7 + 1)(a^7 - 1)(a^{14} + 1) \quad (13)$$

Si se asume un valor entero de  $k_1$  válido para la siguiente expresión.

$$k_1 = \frac{(a^7+1)}{29} \quad (14)$$

Entonces es posible deducir siguiendo la misma metodología que en casos anteriores, que la suma de dos potencias a la séptima de enteros nunca llevará a la séptima potencia de otro entero.

Luego este tipo de método deductivo nos lleva a que hay una infinidad de valores de  $n$  impar para los cuales se cumple el último teorema de Fermat, y lo mismo se puede esperar para cualquier valor de  $n$  par que sea mayor que dos.

Luego el teorema de Fermat puede deducirse como válido usando el pequeño teorema de Fermat, el teorema de Proth y algunas variantes de este último.

## Conclusiones

Aunque desconozco cuál haya sido la metodología usada por Andrew Wiles para demostrar el último teorema de Fermat, lo cierto es que valiéndose de otros teoremas más simples se puede demostrar la validez del último teorema de Fermat para una infinidad de casos.

Aunque el teorema de Proth solo se estableció hasta finales del siglo XIX, lo cierto es que el propio

Fermat pudo haber llegado a la misma conclusión que Proth, y por lo tanto sí se pudo haber demostrado hace casi 400 años la validez del último teorema de Fermat. Por qué no lo demostró Fermat en su momento, ese es un misterio qué sería prácticamente imposible de aclarar.

De cualquier forma queda comprobado que el teorema es válido aunque haya representado siglos de especulaciones al respecto.