Algoritmo de Zegalkin de polaridad positiva implementado en Python

Autor ingeniero Sergio Adrián Martin

Introducción

las funciones booleanas fueron desarrolladas originalmente por George Boole e incluyen únicamente 3 operadores entre las variables . Posteriormente el matemático ruso Zegalkin fue el primero en establecer que toda función booleana podía expresarse mediante operaciones exor entre minterms de las variables. Posteriormente el sueco Per Lingren desarrollo 3 notaciones conocidas como red muller de polaridad positiva, reed muller de polaridad fija y reed muller de polaridad mixta para dividir las distintas familias de derivadas de los polinomios de Zegalkin.
Ya en el pasado se han desarrollado algoritmos en visual basic y en php para expresar funciones booleanas como polinomios de Zegalkin, y esta vez en este trabajo se desarrollará un código para resolver este problema en lenguaje python.

Base matemática

De acuerdo a la teoría un polinomio de Zegalkin de polaridad positiva es aquel en el cual se utilizan minterms en los cuales ninguna de las variables está negada, y aún así las operaciones que se realizan equivalen a funciones booleanas en las cuales las variables pueden estar o no negadas.
Esto se debe a una propiedad según la cual si se hace la función exor de 1 y una variable a se obtiene el equivalente a anegada

$$1 \oplus a = a'$$

de la misma forma el equivalente de uno y el Milton ave equivale a la suma lógica de anegado + B negado.

$$1 \oplus ab = a' + b'$$

Aceptando como un hecho los postulados de Zegalkin la cuestión es qué minterms habría que tomar en cuenta al momento de simplificar la función lógica.
Un sistema de n variables tiene un máximo de 3 a la n mminerms posibles de los cuales solamente 2 a la n cumplen en contar polaridad positiva.
En teoría si se conoce cuales términos estarán presentes en la expresión final se podría plantear cualquier función lógica como la sumatoria exor de minterminos que están afectados por incógnitas x las cuales sean verdaderas o falsas según cada caso. Si después se pudiera encontrar esas incógnitas se descubriría qué minterminos definen a la función que se estudia
F=sumsecir(x(I)M(I))

$$F = \oplus \sum x(i) m(i)$$

Cómo para una función dada los valores del vector x asumen valores 1 o típicos de la función las variaciones en la salida se darán por las variaciones que experimenta cada minterminó. Si se expresa la tabla de verdad de cada minterminó y se agrupan se formará una matriz m con valores 1 y 0 dentro de ella, mientras el vector F estará formado por los valores de la tabla de verdad de la función que se está analizando.
Per Lingren estableció que hay una relación entre la matriz m y el vector F tal que si se multiplica m por su matriz inversa y F por la misma matriz inversa se puede despejar el vector x de los coeficientes qué definen a F.
El proceso de inversión de matrices de este tipo es similar a los procesos usados por Gauss debido a que el operador exor se comporta como un operador lineal similar a la suma aritmética, pero el