ESERCIZI IN PIÙ
INSIEMI E PROBLEMI

Dai diagrammi alle parole

1 **ESERCIZIO GUIDA**

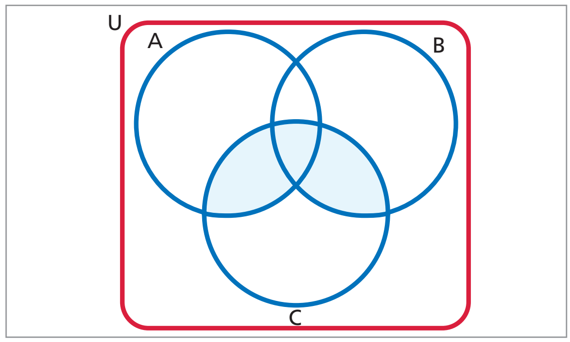
Nell'insieme universo U degli italiani consideriamo l'insieme A degli abitanti di Genova, l'insieme B dei giocatori di pallanuoto e l'insieme C di coloro dalla cui casa si vede il mare.
Descriviamo a parole l'insieme colorato in figura.

L'insieme è il risultato di $(A \cup B) \cap C$.

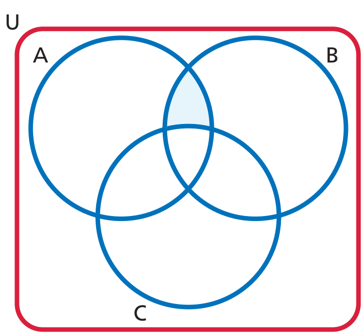
Per aiutarci a trovare la frase, rappresentiamo l'insieme mediante la caratteristica:

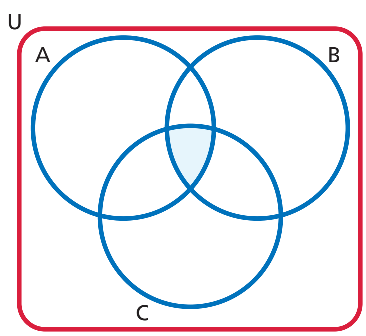
$\{x$ è italiano $|$ x è abitante di Genova o x è un giocatore di pallanuoto e dalla casa di x si vede il mare$\}$.

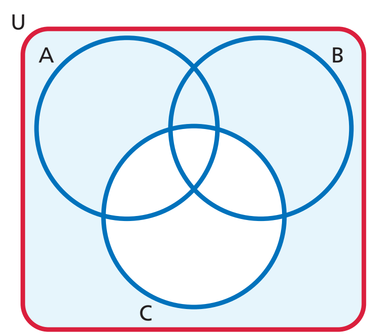
In parole: gli italiani che abitano a Genova oppure giocano a pallanuoto e dalla cui casa si vede il mare.



2 Facendo riferimento agli insiemi dell'esercizio guida, descrivi con una o più frasi l'insieme evidenziato in ogni diagramma.

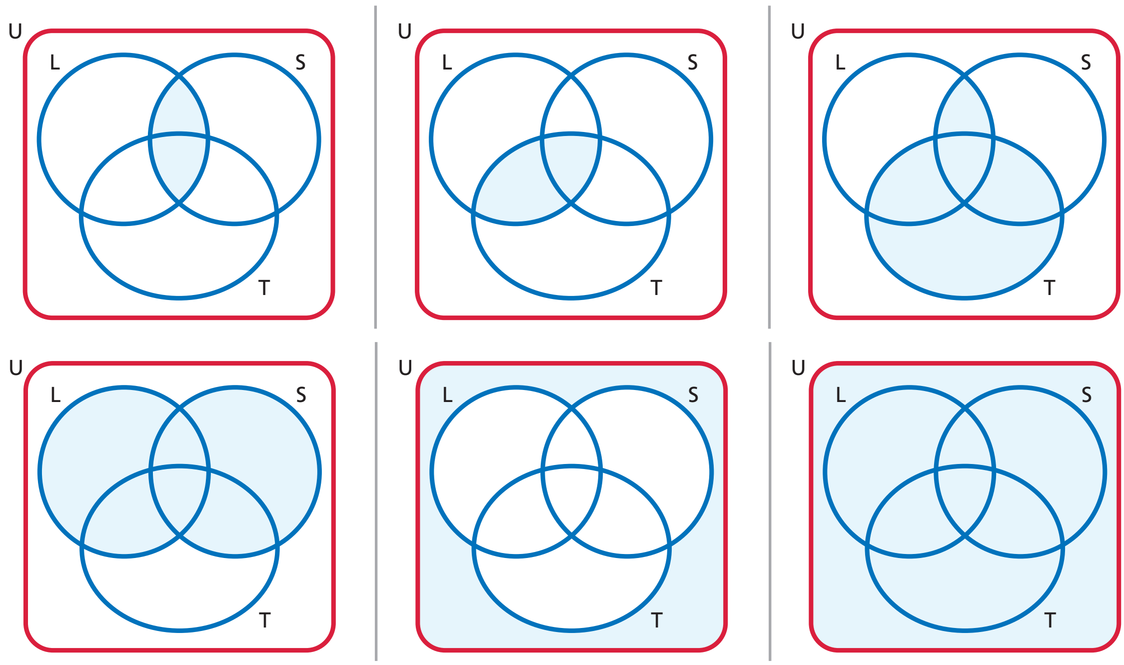






3 Nell'insieme universo U dei ragazzi e ragazze italiani di età compresa fra 15 e 25 anni consideriamo i seguenti insiemi: $S = \{x | x \text{ è studente}\}$; $L = \{x | x \text{ è lavoratore}\}$; $T = \{x | x \text{ è giocatore di tennis}\}$.

Descrivi con una o più frasi l'insieme evidenziato in ogni diagramma.



Problemi

4 **ESERCIZIO GUIDA**

Una commissione esamina 60 studenti. Il compito di matematica è costituito da tre problemi. La tabella riporta i numeri relativi agli studenti che hanno risolto correttamente:

il primo problema	40
il secondo problema	40
il terzo problema	31
il primo e il secondo	25
il primo e il terzo	15
il secondo e il terzo	17
tutti i problemi	4

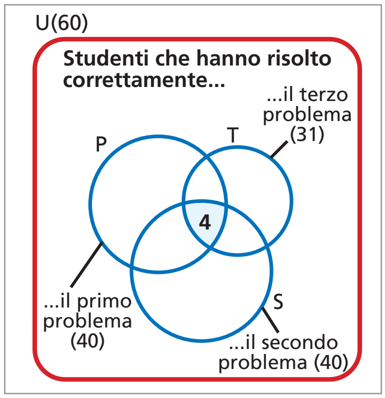
In base alle informazioni fornite, possiamo rispondere alle seguenti domande?

a) Quanti studenti hanno risolto correttamente il secondo e il terzo problema, ma non il primo?

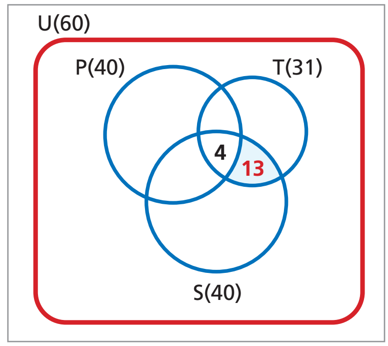
b) Quanti hanno svolto correttamente solo il secondo problema?

c) Quanti non hanno svolto correttamente alcun problema?

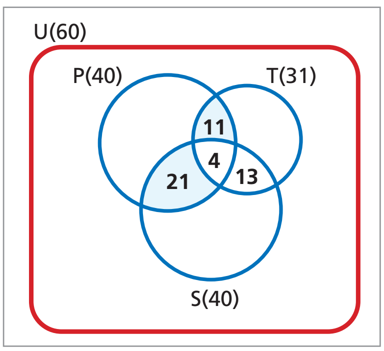
Per rispondere alle domande, disegniamo una partizione dell'insieme degli studenti e ricaviamo il numero degli elementi di ciascun insieme della partizione.



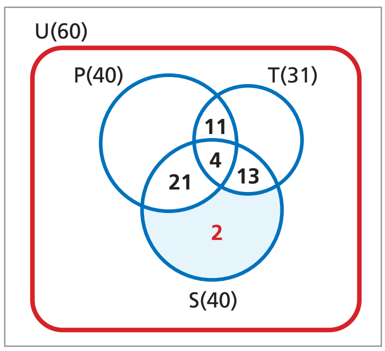
Dai dati vediamo che $(P \cap S) \cap T$ è formato da 4 elementi. Scriviamo il numero di elementi nella parte corrispondente del diagramma.



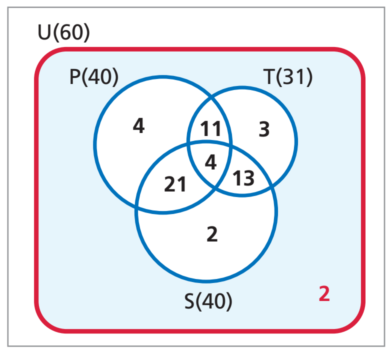
Se $S \cap T$ ha 17 elementi, allora l'insieme $(S \cap T) - (P \cap S \cap T)$, ossia l'intersezione tra S e T privata degli elementi dell'intersezione tra i tre insiemi, ha **13 elementi**. Questa è la **risposta alla domanda a**).



In modo analogo, se $S \cap P$ ha 25 elementi, allora $(S \cap P) - (P \cap S \cap T)$ è formato da 21 elementi; l'insieme $(P \cap T) - (P \cap S \cap T)$ è formato da 11 elementi.



Gli studenti che hanno risolto solo il secondo problema sono $40 - (13 + 4 + 21) = 2$. Questa è la **risposta alla domanda b**).



Fra i 60 studenti, coloro che non sono riusciti a risolvere alcun problema sono:

$60-(4+21+2+11+4+13+3)=2.$

Questa è la **risposta alla domanda c**).

5 In una provincia ci sono 14 campeggi. Di essi 1 ha solo la piscina, 1 ha solo la piscina e il campo da tennis, 2 solo il tennis, 1 ha solo il tennis e il campo da calcio, 4 solo il campo da calcio, 2 solo il campo da calcio e la piscina. 2 campeggi non hanno nessuno di questi impianti. Cerca il numero dei campeggi che hanno: **a)** il campo da calcio; **b)** la piscina; **c)** il campo da tennis; **d)** almeno un impianto; **e)** solo un impianto; **f)** almeno due impianti. [a) 8; b) 5; c) 5; d) 12; e) 7; f) 5]

6 In un'indagine relativa alla conoscenza delle lingue straniere condotta su un gruppo di italiani si hanno i seguenti risultati:

NUMERO DELLE PERSONE	LINGUE CONOSCIUTE
76	inglese
56	francese
21	inglese e francese
12	né inglese né francese

a) Quante sono le persone intervistate?
b) Quante conoscono una sola lingua straniera?
c) Quante solo l'inglese?
d) E solo il francese?

[a) 123; b) 90; c) 55; d) 35]

7 Un'inchiesta condotta in un liceo ha fornito questi dati:
- il 30% degli alunni ama la matematica;
- il 60% ama la filosofia;
- il 20% ama sia la filosofia sia la matematica.

Calcola la percentuale di alunni che non ama né la matematica né la filosofia. [30%]

8 Chiama con C l'insieme delle coppie ordinate $(m; n)$ di numeri naturali che soddisfano l'uguaglianza $m \cdot n = 12$, e con D l'insieme delle coppie ordinate $(a; b)$ di numeri naturali che soddisfano $2a + b = 10$. Determina $C \cap D$. È possibile pensare all'insieme così trovato come al prodotto cartesiano di due sottoinsiemi di $\mathbb{N}$?

[$\{(2; 6), (3; 4)\}$; no]

9 Indica con A l'insieme dei numeri naturali multipli di 3 e minori di 50, con B l'insieme dei numeri interi multipli di 2 e compresi fra -10 e 10, con C l'insieme di numeri naturali dispari minori di 41. Determina $A \times (B \cap C)$. [$\varnothing$]

10 In una compagnia di 32 amici è stata fatta un'indagine sui tipi di pizza che preferiscono. Ciascun ragazzo ha indicato almeno una pizza. L'indagine ha i seguenti risultati:
- a 3 ragazzi piace sia la pizza «quattro stagioni», sia la «margherita», sia la «salsiccia e funghi»;
- a 8 ragazzi piace sia la «quattro stagioni» sia la «margherita»;
- a 4 ragazzi piace sia la «quattro stagioni» sia la «salsiccia e funghi»;
- i ragazzi a cui piace la «quattro stagioni» sono 16;
- a 6 ragazzi piace sia la «margherita» sia la «salsiccia e funghi»;
- a 2 ragazzi piace solo la «margherita».

Quanti sono i ragazzi a cui piace la «margherita» e quanti quelli a cui piace la «salsiccia e funghi»?

[13; 18]

11 Quale dei seguenti insiemi coincide con l'insieme vuoto?
a) {divisori di 6} $\cap$ {multipli di 6};
b) $\{m \mid m \in \mathbb{N}, \frac{2}{3}m = 7\} \cup$ {divisori di 17};
c) l'insieme dei numeri primi dispari minori di 4;
d) {multipli di 2} $\cap$ {multipli di 3};
e) $\left\{m \mid m \in \mathbb{N}, \frac{3m-1}{3} = 5\right\}$;
f) $\mathbb{N} \cap \{p \mid p \in \mathbb{Z}, 3p + 1 = 5\}$. [b, e, f]

12 Nel periodo delle elezioni dei rappresentanti di classe, in una classe di 31 alunni si sono candidati 3 studenti: Anna, Camilla e Pietro. Ogni alunno della classe può votare anche più di un candidato. Allo spoglio dei voti risulta che:
- 2 schede sono bianche;
- non ci sono schede nulle;
- 2 schede indicano tutti e tre i nomi;
- 8 schede indicano solo Anna;
- 5 schede indicano solo Camilla;
- 2 schede indicano solo Anna e Camilla;
- 3 schede indicano solo Camilla e Pietro;
- 2 schede indicano solo Anna e Pietro.

Quanti hanno votato solo Pietro? E chi saranno i due rappresentanti di classe eletti?

[7; Anna e Pietro]

13 Considera l'insieme R dei punti di una retta r e l'insieme C dei punti di una circonferenza γ, appartenente allo stesso piano della retta. Come può risultare $R \cap C$? Come sono disposte nei corrispondenti casi la retta e la circonferenza? Detto C' l'insieme dei punti del cerchio interno alla circonferenza γ, come risulta $R \cap C'$ nei vari casi?