

Практична робота

Тема: Розв'язування рівнянь, систем рівнянь, оптимізаційних задач.

Мета: Закріпити знання, навички, вміння розв'язувати рівняння, системи рівнянь оптимізаційних задач; розвивати логічне мислення, пам'ять; розвивати логічне мислення, пам'ять; формувати вміння узагальнювати; виховувати інформаційну культуру, формування позитивного ставлення до навчання.

Завдання:

Виконати обчислення з використанням надбудов Підбір параметра, Пошук розв'язання.

Джерела інформації:

Інформатика (рівень стандарту): підручник для 10 (11) кл. закладів загальної середньої освіти / Н.В. Морзе, О.В. Барна. – К.: УОВЦ «Оріон», 2018. – с.119-132

Інформатика: підручн. для 10 (11) класів (рівень станд.)/ Й.Я. Ривкінд, Т.І. Лисенко, Л.А. Чернікова, В.В. Шакоцько - Київ, Генеза, 2018 – с. 64 – 68

Характеристика робочого місця: робоче місце на базі ПК з встановленою ОС, пакет офісних програм.

Вимоги до охорони праці при виконанні лабораторної роботи:

- виконувати вимоги інструкції з охорони праці;
- не вмикати та вимикати ПЕОМ самостійно без потреби;
- не залишати ПЕОМ у ввімкненому стані без нагляду;
- не затуляти вентиляційні отвори монітора та системного блока;
- не класти на клавіатуру різні речі – зошити, ручки, тощо;
- виконувати роботу у відповідності з інструкцією

Теоретичні відомості

У багатьох задачах певний результат є відомим, а от значення параметрів, за яких цей результат досягається, – ні. Як приклад можна навести задачу, у якій потрібно визначити, через скільки годин скисне молоко або за якого обсягу випуску продукції фірма отримає прибуток у 1 000 000 грн. У математиці клас таких задач є найширшим. Це, зокрема, задачі на розв'язання алгебраїчних рівнянь та нерівностей або на пошук екстремумів.

У всіх подібних задачах використовується поняття цільової функції – вона має досягти певного значення або оптимізуватися (мінімізуватися чи максимізуватися). В електронній книзі формулу обчислення цільової функції записують у певну клітинку, яку також називають цільовою. Цільова функція залежить від параметрів (часто – від одного параметра), значення яких зберігаються в інших клітинках електронної таблиці. Власне кажучи, задача полягає у підборі таких значень параметрів, за яких у цільовій клітинці буде отримано бажаний результат.

У табличному процесорі Excel є спеціальні засоби, які автоматично підбирають потрібні значення у клітинках параметрів. Вони називаються Підбір параметра та Пошук розв'язку. Перший із них дозволяє отримати в цільовій клітинці певне значення, а другий – оптимізувати значення цільової функції. Використовувати засіб Підбір параметра ми навчимося в цьому розділі, а Пошук розв'язку – в наступному. Отже, засіб Підбір параметра застосовують так.

В одну з клітинок електронної таблиці слід увести формулу цільової функції. Це буде цільова клітинка (на рис. 1 – клітинка C4).

	A	B	C	D
1				
2				
3		Параметр:		
4		Цільва функція:	=C3-5	
5				

Рис. 1 Цільова клітинка

Далі необхідно виконати команду Дані ► Робота з даними ► Аналіз Якщо ► Підбір параметра та заповнити поля у вікні, що відкриється (рис. 6.4):

поле Установити у клітинці має містити адресу цільової клітинки;

у поле Значення слід ввести значення, якого має набути цільова функція;

у поле Змінюючи значення клітинки слід увести адресу клітинки-параметра.

Наприклад, на рис.2 параметр міститиметься у клітинці C3, і якщо в цільовій клітинці C4 потрібно отримати значення 0, вікно Підбір параметра слід заповнити так, як на рис.2.

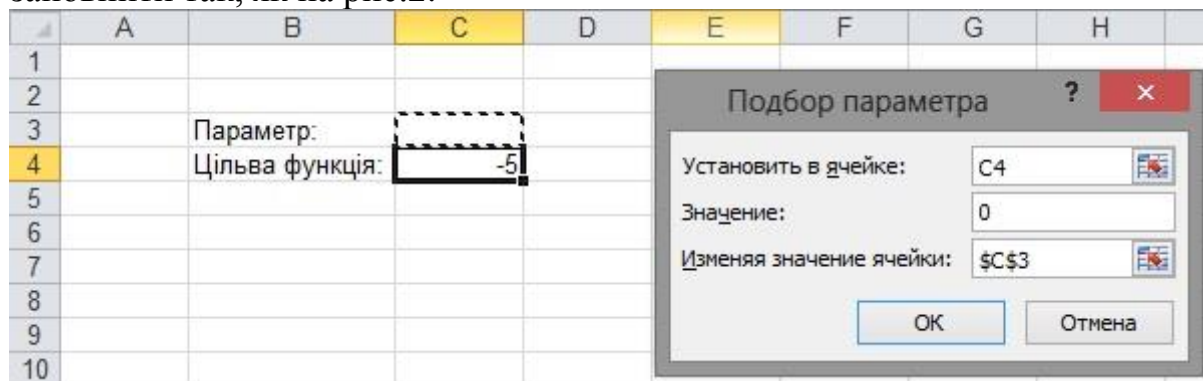


Рис.2. Вікно Підбір параметра

На завершення потрібно клацнути кнопку ОК. У цільовій клітинці буде відображено значення, якого має набувати цільова функція, а в клітинці параметра – шукане значення параметра.

Наприклад, на рис.2 показано, як у клітинці C3 знайдено значення параметра (число 5), за якого цільова функція у клітинці C4 набуває значення 0. Тобто фактично розв'язано рівняння $x - 5 = 0$.

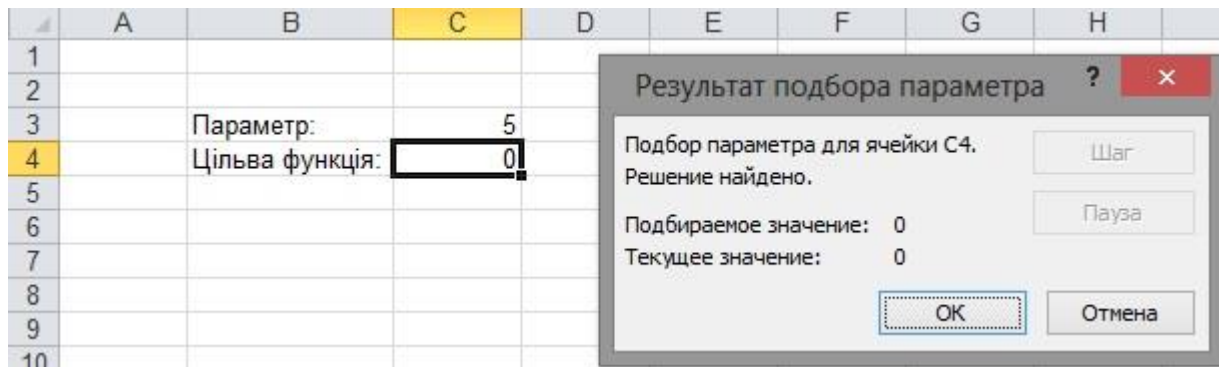


Рис. 3 Результат підбору параметра

ПРИМІТКА. Підбір параметра майже завжди дає наближені значення результату. Тому, якщо в клітинці параметра після його підбору виводиться число 4,99999, то, скоріш за все, справжнім розв'язком задачі є число 5. Використовуючи засіб Підбір параметра, клітинку параметра можна залишити порожньою, однак бажано попередньо визначити деяке початкове значення, адже від цього залежить швидкість отримання результату (особливо коли йдеться про складні цільові функції), а у деяких випадках і сам результат. Якщо цільова функція складна, може виникнути ситуація, коли не одне, а кілька значень параметра відповідають її шуканому значенню. Яке з них буде знайдено, залежить від початкового значення в клітинці параметра. У таких випадках, перш ніж підбирати параметр, доцільно побудувати графік цільової функції, щоб визначити початкове значення параметра наближено. Розв'язання оптимізаційних задач за допомогою Excel

У табличному процесорі Microsoft Excel передбачено спеціальний інструмент для розв'язання оптимізаційних задач – Пошук розв'язку (Поиск решения), що запускається за допомогою Дані ► Аналіз ► Пошук розв'язку. Цей засіб шукає розв'язок оптимізаційної задачі за ітеративним алгоритмом, багаторазово змінюючи значення змінних на малу величину і таким чином наближуючи цільову функцію до оптимального значення. Після виконання команди Дані ► Аналіз ► Пошук розв'язку відкриється одноймене вікно (рис. 4).

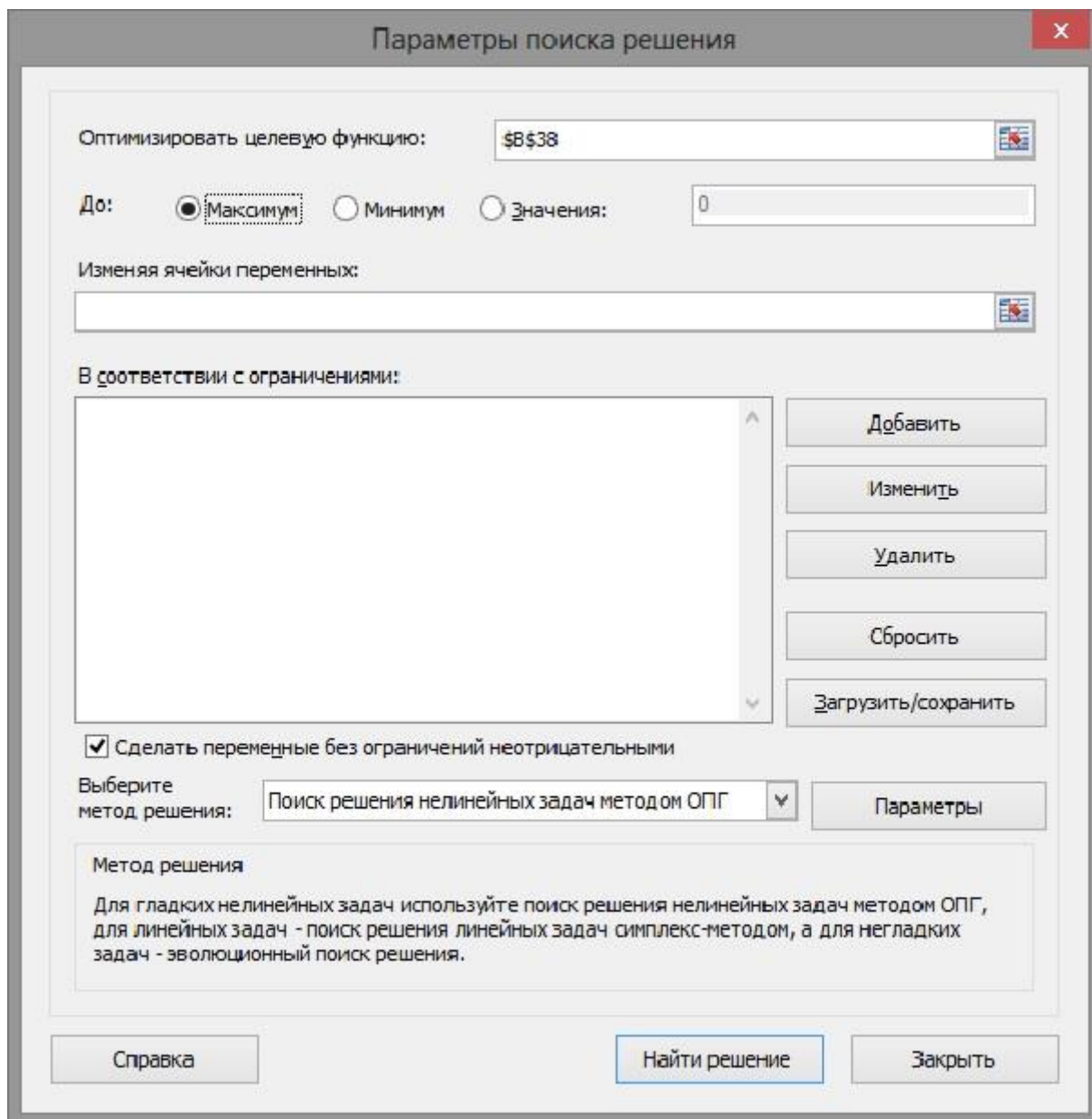


Рис. 4 Вікно пошуку розв'язку Розв'язання оптимізаційних задач за допомогою Excel

Розглянемо призначення основних елементів діалогового вікна Пошук розв'язку.

У полі Установить целевую ячейку (Встановити цільову клітинку) вказують адресу цільової клітинки (ця клітинка повинна містити формулу цільової функції).

За допомогою перемикача Равной (Рівній) вказують, що потрібно зробити з цільовою функцією: максимізувати, мінімізувати або отримати задане значення.

У полі Изменяя ячейки (Змінюючи клітинки) вказують адреси клітинок, де містяться аргументи цільової функції.

Кнопка Предположить (Припустити) використовується для автоматичного пошуку клітинок, що впливають на цільову функцію.

Область Ограничения (Обмеження) призначена для відображення списку граничних умов поставленої задачі.

Кнопка Добавить (Добавити) призначена для створення обмежень.

Кнопку Изменить (Змінити) використовують для редагування наявних обмежень.

Кнопка Уалить (Видалити) призначена для скасування виділеного обмеження.

Кнопку Параметры (Параметри) використовують для завантаження або збереження оптимізаційної моделі, визначення граничного часу роботи засобу та настроювання інших параметрів.

Кнопка Восстановит (Відновити) призначена для очищення полів вікна Поиск решения (Пошук розв'язку) і відновлення значень параметрів пошуку розв'язку, використовуваних за умовчанням.

За допомогою кнопки Выполнить (Виконати) запускають процес пошуку розв'язку.

Кнопка Закрыть (Закрити) призначена для виходу з вікна без пошуку розв'язку (усі настройки зберігаються).

Отже, у вікні Поиск розв'язку потрібно ввести дані про змінні, цільову функцію та обмеження і клацнути кнопку Выполнить (Виконати). Проте перш ніж скористатися інструментом Поиск розв'язку, математичну модель необхідно подати у вигляді електронної таблиці. Перелічимо дії, які потрібно виконати.

Визначити, у яких клітинках зберігатимуться значення змінних.

Ввести формулу цільової функції у цільову клітинку (у формулі використовуватимуться адреси клітинок змінних).

Ввести обмеження. Обмеження, як правило, мають вигляд формула \geq (\leq , $=$) число. Сам знак « \geq », « \leq » або вводити не потрібно, адже це буде зроблено у вікні Поиск розв'язку. Достатньо лише ввести у відповідну клітинку формулу обмеження, а в іншу клітинку – число. Зазначимо, що прями обмеження в не потрібно вводити в електронну таблицю; їх можна задати безпосередньо у вікні Поиск розв'язку.

Коли інструмент Поиск розв'язку завершить роботу, буде відображено вікно Результаты поиска решения (Результати пошуку розв'язку) (рис.4). Якщо просто клацнути кнопку ОК, на аркуші моделі буде відображено оптимальне значення цільової функції та значення змінних, за яких воно досягається. Якщо перед тим вибрати перемикач Восстановит исходные значения (Відновити вихідні значення), то усі значення залишаться такими ж, як і до пошуку розв'язку, а якщо вибрати елемент Результаты (Результати) у списку Тип отчета (Тип звіту), то буде створено аркуш з детальним аналізом розв'язку задачі.

Порядок виконання роботи

Розв'язування оптимізаційних задач

При розв'язуванні широкого кола задач (зокрема, в галузі економіки) потрібно знайти оптимальний (найкращий) розв'язок конкретного завдання при виконанні деяких заданих умов. Як визначити оптимальні витрати на рекламу продукції? Як доставити продукцію до споживачів з мінімальними витратами на перевезення? Задачі пошуку оптимального розв'язку називаються задачами оптимізації. Критерієм оптимальності в задачах є різні параметри: максимальна кількість продукції, максимальний прибуток підприємства, мінімальні витрати виробництва тощо.

Цільова функція — це аналітична залежність між критерієм оптимальності і параметрами, що підлягають оптимізації, з вказівкою напряму екстремуму. Для

цільової функції завжди і обов'язково вказується вид екстремуму: $f(x) \rightarrow \max(f(x) \rightarrow \min)$.

Фактично, цільова функція — це числове значення, яке показує, наскільки оптимальним є знайдене рішення.

Пошук оптимального рішення завжди проводиться з урахуванням певних обмежень: підприємство має обмежений набір ресурсів, транспортні засоби мають обмежену вантажопідйомність і швидкість, інвестор планує вкласти в розвиток підприємства кошти в межах певної суми. Обмеження — це умови, що накладаються на параметри, від яких залежить значення цільової функції.

Оптимізаційне моделювання — це пошук таких значень параметрів, при яких цільова функція досягає максимального або мінімального значення при заданих обмеженнях. Для пошуку оптимального рішення зручно використовувати надбудову Пошук розв'язування.

Першим кроком при розв'язуванні задачі оптимізації є побудова математичної моделі задачі, яка включає:

- перелік невідомих величин, значення яких потрібно знайти;
- завдання цільової функції;
- визначення критерію оптимізації цільової функції;
- завдання системи обмежень у формі лінійних рівнянь і нерівностей.

Розглянемо приклад розв'язування задачі оптимізації.

Приклад 3. Потрібно скласти такий раціон годування тварин трьома видами корму, при якому вони отримають необхідну кількість поживних речовин А та В і собівартість кормів буде мінімальна. Ціни кормів, необхідну кількість поживних речовин і їх зміст в кожному кормі наведені у таблиці.

Поживні речовини	Корм 1	Корм 2	Корм 3	Необхідна кількість (од. пожив. речовин)
А (од./кг)	10	6	12	50
Б (од./кг)	7	10	11	45
Ціна корму (дол./кг)	2,20	1,95	2,87	

Якщо позначити $X = (x_1, x_2, x_3)$ - шукану кількість кормів, то оптимізаційна задача формулюється так:

Знайти розв'язок X системи рівнянь:

$$\begin{cases} 10x_1 + 6x_2 + 12x_3 \geq 50; \\ 7x_1 + 10x_2 + 11x_3 \geq 45, \end{cases}$$

при якому цільова функція $f = 2,20x_1 + 1,95x_2 + 2,87x_3$ приймає мінімальне значення.

1. Математичне формулювання задачі необхідно оформити у вигляді таблиці, що відображає основні залежності:

	A	B	C	D	E
1	10	6	12	50	=A1*A4+B1*B4+C1*C4
2	7	10	11	45	=A2*A4+B2*B4+C2*C4
3					
4					
5					
6	2,2	1,95	2,87		=A6*A4+B6*B4+C6*C4

Клітинки таблиці мають наступний смисл:

- діапазон A1:C2 (жовтий колір) - містить таблицю значень (коефіцієнтів) A;
- діапазон D1:D2 (синій колір) - містить значення ресурсів B;
- діапазон A6:C6 (рожевий колір) - містить значення цін C (значення цільової функції);
- діапазон A4:C4 (зелений колір) - містить значення розв'язків X, початкові значення якого задані 0 (нулем) та які будуть оптимізовані програмою;
- діапазон E1:E2 (блакитний колір) - містить вирази, які обчислюють добуток $A * X$;
- клітинка E6 (червоний колір) - містить вираз, який обчислює цільову функцію $f = C * X$.

2. Виділіть цільову клітинку E6 та натисніть Дані - Розв'язувач. У вікні, що відкрилося необхідно встановити наступні параметри:

Параметри розв'язувача

Оптимізувати цільову функцію:

До: Максимум Мінімум Значення:

Змінюючи клітинки змінних:

Підлягає обмеженням:

Зробити необмежені змінні не від'ємними

Виберіть метод розв'язання:

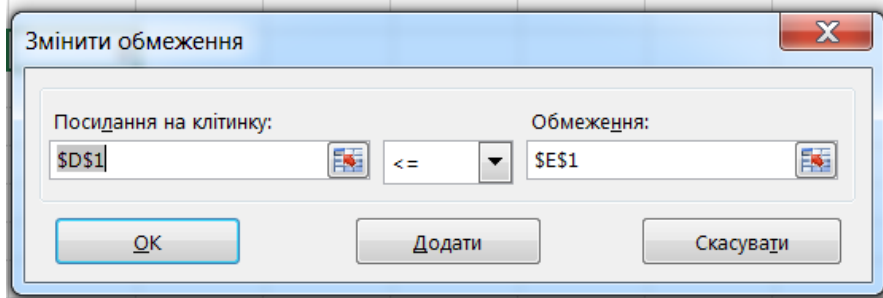
Метод розв'язання
 Для розв'язання гладких нелінійних задач виберіть розв'язувач нелінійних задач за методом зведеного градієнта. Для розв'язання лінійних завдань виберіть розв'язувач за симплекс-методом, для негладких завдань виберіть розв'язувач розв'язувач.

Додати
 Змінити
 Видалити
 Скинути
 Завантажити/зберегти

Параметри

Довідка

- "Оптимізувати цільову функцію" - E6;
- встановити перемикач "До:" - "Мінімум";
- у полі "Змінюючи клітинки змінних:" вказати діапазон A4:C4;
- в області "Підлягає обмеженням:" натиснути кнопку "Додати" і у вікні "Додати обмеження" ввести обмеження: $D1 \leq E1$ та $D2 \leq E2$;



3. Для запуску програми необхідно у вікні "Параметри розв'язувача" натиснути кнопку "Виконати". Результати обчислень будуть записані у змінювані клітинки таблиці. Наприкінці розв'язання задачі таблиця має мати наступний вигляд:

	A	B	C	D	E
1	10	6	12	50	50
2	7	10	11	45	45
3					
4	0,38	0,00	3,85		
5					
6	2,20	1,95	2,87		11,88

Робимо висновок, тварин належить годувати першим кормом у кількості 0,38 кг, третім - 3,85 кг і не використовувати другий корм взагалі. При такому раціоні витрати на вгодовування однієї тварини складуть 11,88 дол. Збережіть електронну книгу у файлі Завдання – Аркуш4.xls.

Отже, надбудова Пошук розв'язування є потужним засобом аналізу даних Excel і широко застосовується при пошуку оптимальних рішень економічних, транспортних, технологічних задач.

Вартість страви 1 = 120 грн

Вартість страви 2 = 100 грн

Вартість страви 3 = 80 грн

	Страва А	Страва Б	Страва В
норма використання інгредієнта 1	20	50	10
норма використання інгредієнта 2	20	0	40
норма використання інгредієнта 3	20	10	30
норма використання інгредієнта 4	30	15	0

Доставляють 5 кг інгредієнту 1, по 4 кг інгредієнтів 2 і 3 та 3 кг інгредієнта 4.

Яку кількість страв потрібно приготувати, щоб загальна вартість страв була максимальною?

Математична модель задачі

x_1 — кількість порцій страви 1 (по 120 грн за порцію)

x_2 — кількість порцій страви 2 (по 100 грн)

x_3 — кількість порцій страви 3 (по 80 грн)

Загальна вартість страв $120x_1 + 100x_2 + 80x_3 \rightarrow \max$

Витрати інгредієнта 1 $20x_1 + 50x_2 + 10x_3 \leq 5000$

Витрати інгредієнта 2 $20x_1 + 40x_3 \leq 4000$

Витрати інгредієнта 3 $20x_1 + 10x_2 + 30x_3 \leq 4000$

Витрати інгредієнта 4 $30x_1 + 15x_2 \leq 3000$

Кількість страв – цілі числа, ≥ 0

Підприємство випускає столи двох моделей: А і В. Для випуску одного столу моделі А потрібно 3 одиниці сировини та 2 одиниці машинного часу. Для випуску одного столу моделі В — 4 одиниці сировини та 5 одиниць машинного часу. Прибуток від реалізації одного столу моделі А складає 2 грошові одиниці, столу моделі В — 4 грошові одиниці. На підприємстві на тиждень наявні 1700 одиниць сировини та 1600 одиниць машинного часу. Визначити, яким повинен бути план виробництва на тиждень, щоб підприємство отримало максимальний прибуток.