

Identità ed equazioni

- Un'**identità** è un'uguaglianza tra due espressioni letterali che è vera per qualsiasi valore numerico che si può attribuire alle lettere.

$(x + 2x = 3x)$ è un'identità, perché sempre vera)

- Un'**equazione** è un'uguaglianza tra due espressioni letterali che può essere verificata per determinati valori numerici attribuiti alle lettere. I valori che rendono vera l'uguaglianza si dicono **soluzioni** dell'equazione; le lettere alle quali si sostituiscono i valori si dicono **incognite**.

$(x + 2 = 2x)$ è un'equazione)

IL Linguaggio delle Equazioni

- In un'equazione si distingue il **primo membro** (i termini prima del segno =) e il **secondo membro** (i termini dopo il segno =). Primo membro e secondo membro sono separati dal segno =.

$$3x + 2 = 2x + 3$$

- Le lettere che compaiono in un'equazione si dicono **incognite**. I termini che non contengono le lettere incognite si dicono **termini noti**.
- Il valore numerico (o i valori) dell'incognita che soddisfano l'equazione si dicono **soluzioni**.
 $3x + 2 = 2x + 3$ ha per soluzione $x = 1$, infatti $3 \cdot 1 + 2 = 2 \cdot 1 + 3$

Equazioni equivalenti

- Due equazioni che hanno le stesse soluzioni si **dicono equivalenti**.

Le equazioni $x - 2 = 3$ e $x - 1 = 4$ sono equivalenti, in quanto hanno la stessa soluzione:

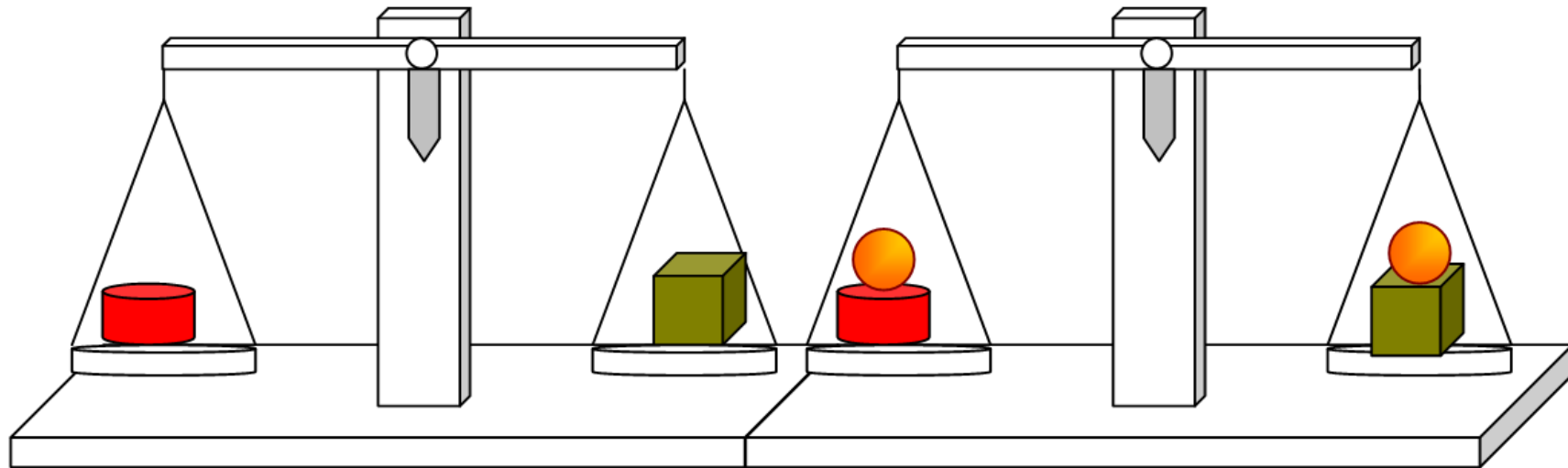
$$x = 5$$

Primo principio di equivalenza

Addizionando o sottraendo ad entrambi i membri di un'equazione lo stesso valore numerico e/o letterale, si ottiene un'equazione equivalente a quella data.

La bilancia e il primo principio

Per afferrare il senso del primo principio di equivalenza immaginiamo una bilancia a bracci uguali. Una bilancia di questo tipo è in equilibrio se i pesi di un braccio si equilibrano con i pesi dell'altro braccio. Se la bilancia è in equilibrio possiamo aggiungere lo stesso peso a entrambi i bracci e la bilancia resterà ancora in equilibrio.



aggiungendo una stessa quantità la bilancia resta in equilibrio

Regola del trasporto

In un'equazione si può trasportare un termine da un membro all'altro purché lo si cambi di segno; l'equazione ottenuta è un'equazione equivalente a quella di partenza.

$$\begin{array}{ccc} 4x + \underline{5} & = & 2x + 8 \\ \text{Equivalente a} & & \\ 4x & = & 2x + 8 - \underline{5} \end{array}$$

Eliminazione dei termini uguali

Se uno stesso termine compare sia al primo membro dell'equazione sia al secondo membro, è possibile semplificare l'equazione eliminando i due termini uguali.

$$4x + \underline{5}$$

$$=$$

$$2x + 8 + \underline{5}$$

Equivalente a

$$4x$$

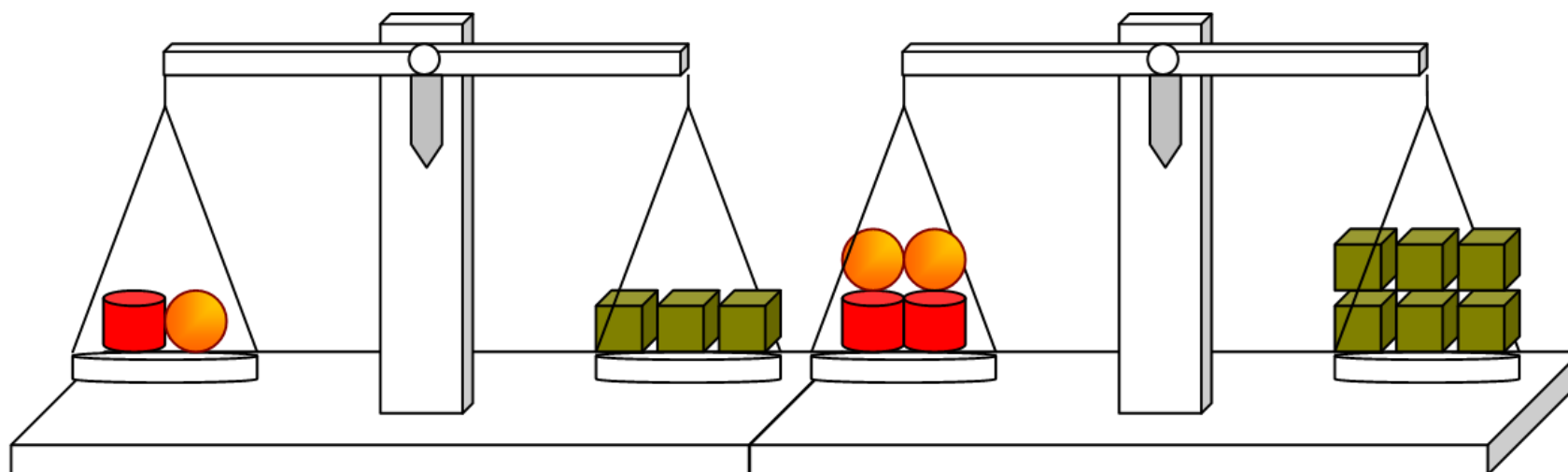
$$=$$

$$2x + 8$$

Secondo principio di equivalenza

Moltiplicando o dividendo per uno stesso valore numerico e/o letterale (diverso da zero) entrambi i membri di un'equazione, si ottiene un'equazione equivalente a quella di partenza.

La bilancia e il secondo principio



raddoppiando i pesi, la bilancia resta in equilibrio

Cambiamento di segno

(conseguenza del Secondo principio di equivalenza)

Cambiando il segno a tutti i termini di un'equazione si ottiene un'equazione equivalente a quella di partenza.

$$-2x-12$$

$$=$$

$$6-x$$

Equivalente a

$$2x+12$$

$$=$$

$$-6+x$$

Forma normale di un'equazione di primo grado

Usando i principi di equivalenza, un'equazione che si presenta in forma complessa, si può trasformare in un'equazione equivalente di forma più semplice. La forma più semplice in cui si può trasformare un'equazione di primo grado è un'uguaglianza tra due monomi del tipo **$ax = b$** , detta di ***forma normale***.

Equazioni determinate

Un'equazione si dice determinata se ammette un numero finito di soluzioni; se l'equazione è di primo grado si dice determinata se ammette **una sola soluzione**.

Un'equazione di primo grado che ridotta a forma normale si presenta nella forma $ax=b$, con $a \neq 0$, è sempre determinata e ammette una soluzione.

ESEMPIO

$$3x + 2 = -5x + 1$$

Portiamo i termini con la x al primo membro e quelli senza x al secondo membro.

$$3x + 5x = 1 - 2$$

Sommiamo i termini simili.

$$8x = -1$$

Dividiamo primo e secondo membro per 8 e si otteniamo:

$$x = -1/8$$

EQUAZIONE DETERMINATA

Equazioni indeterminate

Un'equazione si dice indeterminata se ammette un numero infinito di soluzioni.

Un'equazione di primo grado che ridotta a forma normale si presenta nella forma $0x=0$ è indeterminata.

ESEMPIO

$$7x - 3 + 2x = 12x - 3 - 3x$$

Portiamo i termini con la x nello stesso membro e quelli senza x nell'altro membro.

$$7x + 2x - 12x + 3x = -3 + 3$$

Sommiamo i termini simili e otteniamo:

$$0x = 0$$

$$0 = 0$$

EQUAZIONE INDETERMINATA

Equazioni impossibili

Un'equazione si dice impossibile se non ammette soluzioni.

- **Un'equazione di primo grado che ridotta a forma normale si presenta nella forma $0x=b$, con $b \neq 0$ è impossibile perché non ha soluzioni.**

ESEMPIO

$$5x + 2 - 3x = 2x + 1$$

Portiamo i termini con la x a primo membro e quelli senza x al secondo membro.

$$5x - 3x - 2x = 1 - 2$$

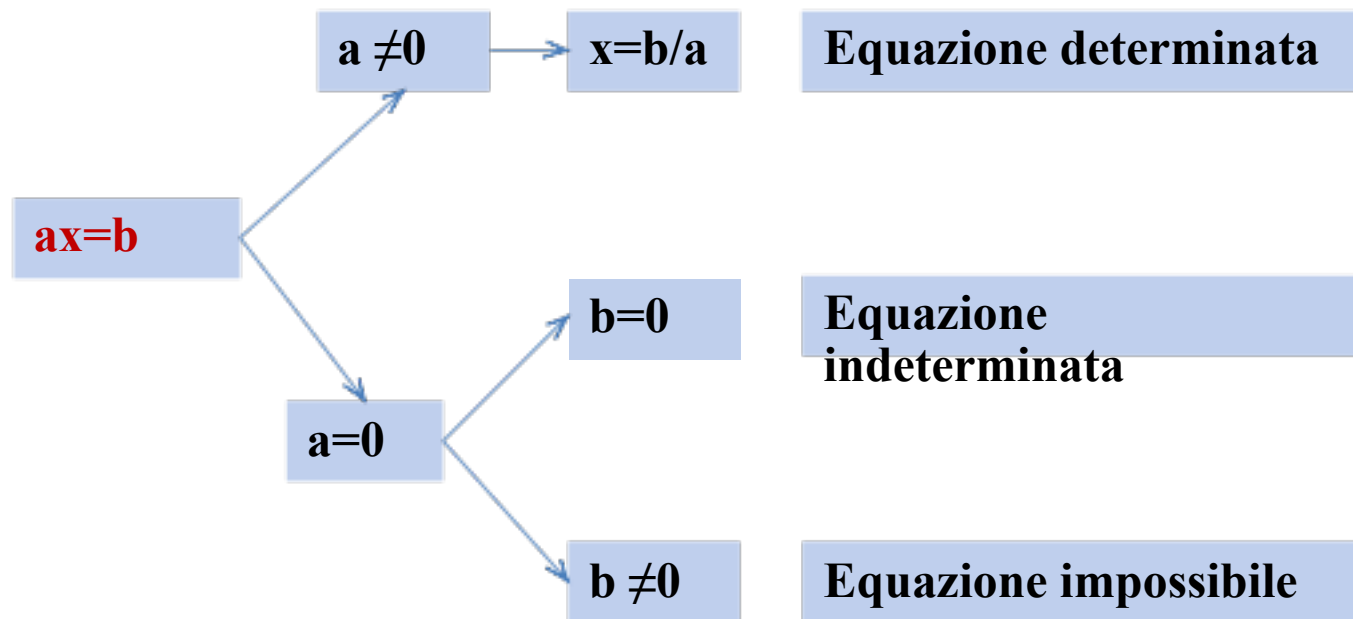
Sommiamo i termini simili e otteniamo:

$$0x = -1$$

$$0 = -1$$

EQUAZIONE IMPOSSIBILE

Discussione di un'equazione di primo grado



Verifica della soluzione di un'equazione

Dopo aver risolto un'equazione è utile controllare se la soluzione trovata con i procedimenti descritti sopra è effettivamente soluzione dell'equazione. Per fare questa verifica, occorre sostituire all'incognita il valore trovato ed effettuare i calcoli: se i due membri dell'equazione sono uguali, la soluzione trovata è soluzione dell'equazione.