Практична робота 3

Моделювання руху тіла, кинутого під кутом до горизонту

Теоретичний матеріал

Розглянемо випадок руху тіла, кинутого під кутом до горизонту, що відбувається тільки під дією сили тяжіння (тертям нехтуємо!). В цьому випадку однієї координати для опису руху недостатньо. Необхідно ввести систему координат xOy, при цьому вісь Ox направляють горизонтально, а вісь Oy - вертикально вгору або вниз. Тепер пложення тіла задається двома координатами (x,y), кожна з яких з часом буде змінюватися. Закон зміни координат можна встановити з таких міркувань.

Оскільки ми вважаємо, що ніякі сили, крім сили тяжіння на тіло не діють, рух уздовж осі Ox буде рівномірним, і абсциса тіла буде змінюватись за законом $x = v_x t$, де $v_x = v_{ox} = const$ - проекція швидкості на вісь Ox.

Сила тяжіння, що діє на тіло, надає йому прискорення g, спрямоване, як і сама сила, вертикально вниз. Тому проекція швидкості на вісь Oy змінюватиметься за законом $v_y = v_{oy} + g_y t$, де v_{oy}, g_y - проекція початкової швидкості і прискорення вільного падіння на цю вісь, а ордината тіла з плином часу змінюється так:

$$y = y_o + v_{oy} t + \frac{g_y t^2}{2}.$$

Рівняння траєкторії, тобто залежність y(x), можна знайти, виключивши час з останнього виразу. Виразимо час через абсциссу: $t = x/v_{ox}$ і підставимо в рівняння ординати:

$$y = y_o + \frac{v_{oy}}{v_{ox}} x + \frac{g_y}{2} \cdot \frac{x^2}{v_{ox}^2},$$

де знаки проекцій v_{ox} , v_{oy}, , g_y залежать від напрямку осей координат. В кожній точці траєкторії швидкість тіла направлена по дотичній до неї і може бути розкладена на дві складові $v=v_x + v_y$, де $v_x = v_{ox}$. Модуль швидкості при цьому

$$v = \sqrt{v_{ox}^2 + v_y^2} .$$

У даній роботі можна простежити за взаємозв'язками наступних величин: x і t, y і t, y і x, а крім того, встановити, як залежить дальність польоту тіла від кута, під яким його кидають, і від величини його початковій швидкості.

Побудова моделі

Для побудови траєкторії руху тіла потрібні формули, які дозволяють розрахувати координати точки в різні моменти часу:

$$\begin{cases} x = v_x \cdot t = v_{ox} \cdot t; \\ y = y_o + v_{oy} \cdot t - \dfrac{g \cdot t^2}{2}, \end{cases}$$

а також додаткові формули для обчислення проекцій початкової швидкості на осі координат Ox і Oy, переведення градусної міри кута в радіани, інтервалу часу Δt.

Проаналізувавши всі розглянуті раніше формули і виділивши вихідні дані пропонується побудувати модель відповідно до зразка.

Встановлюємо такі початкові дані:

$$\alpha_1 = 36^\circ,\ \alpha_2 = 45^\circ,\ \alpha_3 = 60^\circ;\ v_o = 100\ м/с;\ y_o = 0\ м;\ t_o = t_{\min} = 0\ с;$$

Якщо значення кутів задано в градусах, потрібно передбачити переведення даних у радіани.

В комірці D22 потрібно встановити значення зміни інтервалу часу Δt.

Моделювання руху тіла, кинутого під кутом до горизонту

Розрахункові формули:

$$\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y; v_{ox} = v_o \cdot \cos\alpha = const; v_{oy} = v_o \cdot \sin\alpha;$$

$$v_x = v_{ox}; v_y = v_{oy} + g_y t = v_{oy} \pm gt; v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2};$$

$$x = v_x t; y = y_o + v_{oy} t \pm \frac{gt^2}{2}; y = y_o + \frac{v_{oy}}{v_{ox}} x \pm \frac{g}{v_{ox}^2} x^2$$

Вихідні дані:

Кут		α_1 =		зрад =		рад
		α_2 =		зрад =		рад
		α_3 =		зрад =		рад
Початкова швидкість		v_o =		м/с		
Начальная координата		y_o =		м		
Інтервали часу		t_{min} =	0	с		
		t_{max} =		с		
		Δt =		с		
Прискорення вільного падіння		g =		м/с^2		
Проекція початкової швидкості на вісь	Ox	v_{ox1} =		м/с		
		v_{ox2} =		м/с		
		v_{ox3} =		м/с		
	Oy	v_{oy1} =		м/с		
		v_{oy2} =		м/с		
		v_{oy3} =		м/с		

Таблиця даних:

	α1 =		α2 =		α3 =	
Час, с	Абсциса, м	Ордината, м	Абсциса, м	Ордината, м	Абсциса, м	Ордината, м

Відповідно до розрахункових формул, наведених на робочому аркуші таблиці, визначити проекції початкової швидкості на осі Ox і Oy (клітинки D24:D26; D27:D29).

Як видно з формули, рівняння траєкторії не містить параметр час. Але для визначення залежності y(t) та x(t) ми все таки вводимо параметр час. Заповніть таблицю, копіюючи введені формули. Врахуйте, що абсциса тіла в початковий момент часу рівна нулю.

Нагадування: При складанні формул не забувайте використовувати абсолютні посилання для постійних величин.

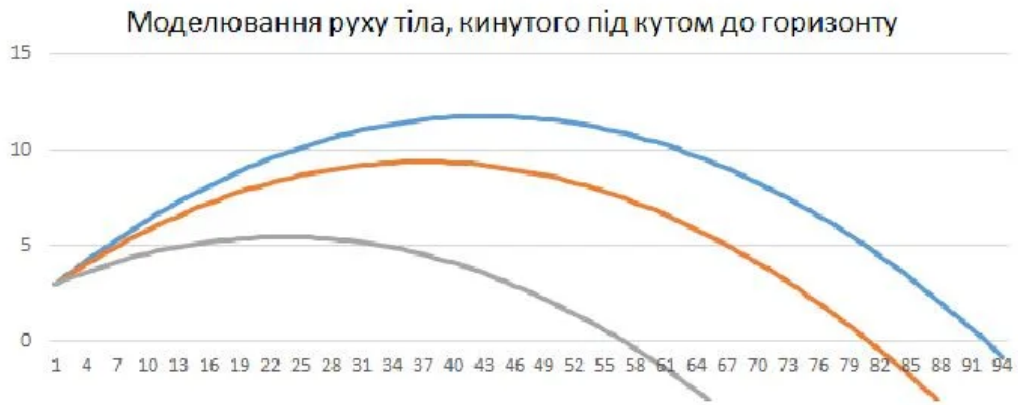
Побудова графіка залежності y(x)

Розрахункова таблиця містить три набора даних (I11:J61; K11:L61; M11:N61)для побудови графіків виду y=f(x) при різних значеннях кута α. Оскільки всі три залежності однотипні (по осях координат відкладаються однакові величини, що мають один і той же порядок), графіки повинні бути представлені в одній системі координат (тобто на одній діаграмі), це дозволить

простежити вплив кута на вид траєкторії (висоту підняття і дальність польоту).

Основні вимоги до графіків:

- тип діаграми – "Графік з маркерами";
- діаграма повинна містити заголовок та підпис для кожної із осей;
- діаграму доповнити "легендою";
- включити відображення ліній сітки;
- діаграму розмістити на окремому аркуші.



Комп'ютерний експеримент

1. Змінюючи початкові дані (y_0, v_0, t_{max}), простежити за зміною траєкторії. Визначити, при якому значенні кута спостерігається найбільша дальність польоту.
2. Виконайте побудову графіків залежності y (t) для різних значень кута α на одній діаграмі. Дані для графіка беруться зі створеної раніше таблиці.
3. Розрахувати в таблиці вихідних даних контрольні точки і додати їх на діаграму.
4. Додати новий аркуш. Створити таблицю для побудови графіка залежності y(x) відповідно до рівняння траєкторії:

$$y = y_o + \frac{V_{oy}}{V_{ox}} \cdot x - \frac{g}{2} \cdot \left(\frac{x}{V_{ox}} \right)^2 .$$