Universidade Federal Fronteira Sul

Edital nº 007/UFFS/2010

Caderno de Prova

23 de maio

das 14 às 17 h

3 h*

E7P39	**Matemática**

Confira o número que você obteve no ato da inscrição com o que está indicado no cartão-resposta.
* A duração da prova inclui o tempo para o preenchimento do cartão-resposta.

Instruções

Para fazer a prova você usará:

- este **caderno de prova**;
- um **cartão-resposta** que contém o seu nome, número de inscrição e espaço para assinatura.

Verifique, no caderno de prova, se:

- faltam folhas e a sequência de 30 questões está correta.
- há imperfeições gráficas que possam causar dúvidas.

Comunique imediatamente ao fiscal qualquer irregularidade.

Atenção!

- Não é permitido qualquer tipo de consulta durante a realização da prova.
- Para cada questão são apresentadas 5 (cinco) alternativas diferentes de respostas (a, b, c, d, e). Apenas uma delas constitui a resposta correta em relação ao enunciado da questão.
- A interpretação das questões é parte integrante da prova, não sendo permitidas perguntas aos fiscais.
- Não destaque folhas da prova.

Ao terminar a prova, entregue ao fiscal o caderno de prova completo e o cartão-resposta devidamente preenchido e assinado.

O gabarito será divulgado em: **http://uffs.fepese.ufsc.br**

Prova de Conhecimentos

(30 questões)

1. Sejam $f : \Re \to \Re$ e $g : \Re \to \Re$ funções reais, considere as seguintes afirmativas:

1. Se $\lim_{x\to a} f(x)$ e $\lim_{x\to a} g(x)$ não existem, então $\lim_{x\to a} [f(x) + g(x)]$ não existe.
2. Se $\lim_{x\to a} f(x)$ existe e $\lim_{x\to a} f(x)g(x)$ existe, então $\lim_{x\to a} g(x)$ existe.
3. Se $\lim_{x\to a} f(x) = 0$ e $|g(x)| < M$, para todo $x \in (a - 1, a + 1)$, então $\lim_{x\to a} f(x)g(x) = 0$.

Assinale a alternativa que indica todas as afirmações **corretas**.

a. (X) É correta apenas a afirmativa 3.
b. ( ) São corretas apenas as afirmativas 1 e 2.
c. ( ) São corretas apenas as afirmativas 1 e 3.
d. ( ) São corretas apenas as afirmativas 2 e 3.
e. ( ) São corretas as afirmativas 1, 2 e 3.

---

2. Assinale a alternativa que indica o $\lim_{x\to 0^+} \ln (x^x)$.

a. ( ) ∞
b. (X) 0
c. ( ) 1
d. ( ) ln 2
e. ( ) Não existe.

3. Considere as afirmações abaixo, para funções reais $f : \Re \to \Re$ e $g : \Re \to \Re$:

1. Se f e g são diferenciáveis em $\Re$ e $f(1) = g(1) = 0$, então é impossível escrever $x^2 = f(x)g(x)$.
2. Se f é diferenciável em *a* e $f(a) \neq 0$, então $|f|$ é diferenciável em *a*.
3. Se $f + g$ é diferenciável em *a*, então f e g também são diferenciáveis em *a*.

Assinale a alternativa que indica todas as afirmações **corretas**.

a. ( ) É correta apenas a afirmativa 1.
b. ( ) É correta apenas a afirmativa 2.
c. (X) São corretas apenas as afirmativas 1 e 2.
d. ( ) São corretas apenas as afirmativas 1 e 3.
e. ( ) São corretas as afirmativas 1, 2 e 3.

---

4. A equação da reta tangente a curva $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = 5$ no ponto (8,1) é:

a. ( ) $y = 1$.
b. ( ) $y = -x + 9$
c. ( ) $y = \frac{3}{4}x - 5$
d. ( ) $y = \frac{1}{4}x - 1$
e. (X) $y = -\frac{1}{2}x + 5$

5. A soma dos valores máximo e mínimo da função $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 10$ no intervalo [0,3] é

a. ( ) –10.
b. ( ) –5.
c. (X) 0.
d. ( ) 5.
e. ( ) 10.

---

6. Considere as seguintes afirmativas:

1. Se f é uma função real integrável tal que $\int_{-a}^{a} f(x)dx = 0$ para todo $a \in \Re$ então f = 0.
2. Se f é uma função real contínua em [a,b] tal que $\int_{a}^{b} f(x)g(x)dx = 0$ para toda função contínua g em [a,b], então f = 0.
3. Se f é uma função real integrável em [a,b] e $m \leq f(x) \leq M$, para todo $x \in [a,b]$, então existe um número real μ tal que $m \leq \mu \leq M$ e $\int_{a}^{b} f(x)dx = \mu(b - a)$.

Assinale a alternativa que indica todas as afirmações **corretas**.

a. ( ) É correta apenas a afirmativa 1.
b. ( ) São corretas apenas as afirmativas 1 e 2.
c. ( ) São corretas apenas as afirmativas 1 e 3.
d. (X) São corretas apenas as afirmativas 2 e 3.
e. ( ) São corretas as afirmativas 1, 2 e 3.

7. Seja $f(x,y) : \Re^2 \rightarrow \Re$ definida por:

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xy}{x^2 + y^2}, & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & \text{se } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

Então $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$

a. (X) não existe.

b. ( ) é igual a 0.

c. ( ) é igual a $-\dfrac{1}{2}$.

d. ( ) é igual a $\dfrac{1}{2}$.

e. ( ) é igual a $\dfrac{2}{5}$.

---

8. Seja $f(x,y) : \Re^2 \rightarrow \Re$ definida por :

$$f(x,y) = \frac{\sqrt{x+3} - \sqrt{3}}{xy + x}$$

Então $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$

a. ( ) é igual a $\sqrt{3}$.

b. (X) é igual a $\dfrac{\sqrt{3}}{6}$.

c. ( ) é igual a $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$.

d. ( ) é igual a $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

e. ( ) não existe.

9. Seja $f(x,y) : \Re^2 \to \Re$. Considere as afirmativas abaixo.

1. Se $\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y) = 0$ então $\lim_{x\to 0} f(x,0) = 0$.
2. Se $\lim_{y\to 0} f(0,y) = 0$ então $\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y) = 0$.
3. Se f(x,y) possui derivadas parciais f_x e f_y em (x,y) então f é diferenciável em (x,y).

Assinale a alternativa que indica todas as afirmações **corretas**.

a. (X) É correta apenas a afirmativa 1.
b. ( ) São corretas apenas as afirmativas 1 e 2.
c. ( ) São corretas apenas as afirmativas 1 e 3.
d. ( ) São corretas apenas as afirmativas 2 e 3.
e. ( ) São corretas as afirmativas 1, 2 e 3.

---

10. O **produto** dos valores que a função

$f(x,y) = 3x - x^3 - 3xy^2 + 1$

atinge em seus pontos de sela é:

a. ( ) –3.
b. ( ) –1.
c. ( ) $\frac{1}{3}$.
d. (X) 1.
e. ( ) 3.

---

11. Seja $f(x,y) : \Re^2 \to \Re$ definida por:

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{2y^3}{x^2+y^2}, \text{ se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0, \text{ se } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

Então $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0) + \frac{\partial f}{\partial y}(0,0)$ é igual a:

a. ( ) 0.
b. ( ) 1.
c. (X) 2.
d. ( ) 3.
e. ( ) 4.

12. Seja V um espaço vetorial. Considere as afirmativas abaixo:

1. Se U e W são subespaços vetoriais de V, então $U \cap W$ é subespaço vetorial de V.
2. Se U e W são subespaços vetoriais de V, então $U \cup W$ é subespaço vetorial de V.
3. Se dimensão de V é *n*, então qualquer conjunto com *n* vetores linearmente independents é uma base de V.

Assinale a alternativa que indica todas as afirmações **corretas**.

a. ( ) É correta apenas a afirmativa 3.
b. ( ) São corretas apenas as afirmativas 1 e 2.
c. (X) São corretas apenas as afirmativas 1 e 3.
d. ( ) São corretas apenas as afirmativas 2 e 3.
e. ( ) São corretas as afirmativas 1, 2 e 3.

---

13. Considere as seguintes afirmações:

1. O espaço vetorial dos polinômios, $P = \{a_0 + a_1x + \ldots + a_nx^n : n \in \mathbb{N} \text{ e } a_i \in \Re, \forall i \in \mathbb{N}\}$ tem dimensão n + 1.
2. Se W é um subespaço de dimensão 1 de $\Re^3$, então W é uma reta pela origem.
3. Todo plano é um subespaço de dimensão 2 de $\Re^3$.

Assinale a alternativa que indica todas as afirmações **corretas**.

a. (X) É correta apenas a afirmativa 2.
b. ( ) São corretas apenas as afirmativas 1 e 2.
c. ( ) São corretas apenas as afirmativas 1 e 3.
d. ( ) São corretas apenas as afirmativas 2 e 3.
e. ( ) São corretas as afirmativas 1, 2 e 3.

14. Assinale a alternativa que representa uma base de vetores para $\Re^3$:

a. ( ) $\{(0,0,0),(1,0,0),(0,1,0)\}$.
b. (X) $\{(1,1,1),(0,1,1),(0,0,1)\}$.
c. ( ) $\{(1,0,1),(0,1,1),(1,1,2)\}$.
d. ( ) $\{(1,2,3),(2,4,6),(7,8,9)\}$.
e. ( ) $\{(1,0,0),(0,1,0),(0,0,1),(0,0,0)\}$.

---

15. Considere as seguintes afirmações:

1. Se λ é um autovalor de uma matriz A e ν é o autovetor associado então $(A - \lambda I)$ é uma matriz inversível.
2. Se $\nu_1, \nu_2, \ldots, \nu_n$ são autovetores não nulos de uma matriz A, associados a autovetores distintos, então $\nu_1, \nu_2, \ldots, \nu_n$ são linearmente independentes.
3. Se λ é um autovalor de A, então para todo $k \in \mathbb{N}$, $k \geq 6$, λ^k é um autovalor de A^k.

Assinale a alternativa que indica todas as afirmações **corretas**.

a. ( ) É correta apenas a afirmativa 1.
b. ( ) São corretas apenas as afirmativas 1 e 2.
c. ( ) São corretas apenas as afirmativas 1 e 3.
d. (X) São corretas apenas as afirmativas 2 e 3.
e. ( ) São corretas as afirmativas 1, 2 e 3.

---

16. Os autovalores da matriz:

$$\begin{bmatrix} 1 & c \\ c & 4 \end{bmatrix}$$

São todos positivos se, e somente se:

a. ( ) $c \in (4,\infty)$.
b. ( ) $c \in (-\infty,1)$.
c. ( ) $c \in (1,4)$.
d. ( ) $c \in (-1,3)$.
e. (X) $c \in (-2,2)$.

17. Considere os seguintes subconjuntos do espaço vetorial das funções em $\Re$:

S = {cos x, sen x},
T = {1, $\cos^2$ x, sen^2 x},
U = [1, 2cos2 x, 3sen2 x} e
V = {2cos x, 3sen x}

Dos conjuntos definidos acima, são linearmente independentes:

a. ( ) Apenas os conjuntos S e T.
b. (X) Apenas os conjuntos S e V.
c. ( ) Apenas os conjuntos T e V.
d. ( ) Os conjuntos S, U e T.
e. ( ) Os conjuntos S, U e V.

---

18. Considere um sistema linear homogêneo com 6 equações e 5 incógnitas.

Então, a afirmação **correta** é:

a. ( ) O sistema pode não ter soluções.
b. ( ) O sistema tem apenas a solução trivial.
c. ( ) O sistema tem de uma a cinco soluções.
d. ( ) O sistema sempre tem infinitas soluções.
e. (X) O sistema tem apenas a solução trivial ou tem infinitas soluções.

---

19. A dimensão de $S = \{A \in M_2(\Re) : \text{traço}(A) = 0\}$, onde $M_2(\Re)$ denota o conjunto das matrizes 2×2 com entradas reais, é:

a. ( ) 0.
b. ( ) 1.
c. ( ) 2.
d. (X) 3.
e. ( ) S não é espaço vetorial.

20. A área do quadrilátero de vértices A(1,1,1), B(2,2,2), C(2,0,2) e D(3,1,3) é:

a. ( ) 4.
b. ( ) 3.
c. ( ) 2.
d. ( ) $3\sqrt{3}$.
e. (X) $2\sqrt{2}$.

---

21. Assinale a alternativa que indica a equação do plano que passa pelo ponto (1,–7,8) e é perpendicular à reta cujas equações paramétricas são:

$$\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 7 - 4t\,,\ t \in \Re \\ z = -3 + t \end{cases}$$

a. ( ) $2x - 4y + z = 28$.
b. (X) $2x - 4y + z = 38$.
c. ( ) $2x - 4y + z = -38$.
d. ( ) $2x + 7y - 3z = -71$.
e. ( ) $-4x + 2y + z + 10 = 0$.

---

22. Considere as afirmativas abaixo:

1. Toda sequência limitada de números reais é convergente.
2. Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ é uma sequência convergente de números racionais, então seu limite é um número racional.
3. Se $(|a_n|)_{n\in\mathbb{N}}$ é uma sequência convergente, então $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ é convergente (ou seja, se a sequência dos módulos é convergente, então a sequência é convergente).

Assinale a alternativa que indica todas as afirmações **corretas**.

a. ( ) É correta apenas a afirmativa 1.
b. ( ) É correta apenas a afirmativa 2.
c. ( ) É correta apenas a afirmativa 3.
d. ( ) São corretas as afirmativas 1, 2 e 3.
e. (X) Nenhuma das afirmações é correta.

23. O volume do tetraedro de vértices A(1,2,–1), B(5,0,1), C(2,–1,1) e D(6,1,–3) é:

a. ( ) 3.
b. (X) 6.
c. ( ) 9.
d. ( ) 12.
e. ( ) 36.

---

24. Considere as seguintes afirmativas:

1. Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ é uma sequência convergente em $\Re$, digamos $a_n \to a$, onde $a_n \in (0,1)$ para todo $n \in \mathbb{N}$, então $a \in (0,1)$.
2. Se uma sequência de números reais possui uma subsequência convergente, então ela é limitada.
3. Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ é uma sequência em $\Re$ convergente, então $(|a_n|)_{n\in\mathbb{N}}$ também é convergente (ou seja, se uma sequência converge, então a sequência dos módulos também converge).

Assinale a alternativa que indica todas as afirmações **corretas**.

a. (X) É correta apenas a afirmativa 3.
b. ( ) São corretas apenas as afirmativas 1 e 2.
c. ( ) São corretas apenas as afirmativas 1 e 3.
d. ( ) São corretas apenas as afirmativas 2 e 3.
e. ( ) São corretas as afirmativas 1, 2 e 3.

---

25. João aplicou x reais rendendo uma taxa de juros compostos de 2% com capitalização mensal. Após 3 meses, o valor do montante gerado é igual a R$ 37.142,28. Podemos afirmar corretamente que o capital inicial (x) era igual a:

a. ( ) R$ 37.000,00
b. ( ) R$ 36.500,00
c. ( ) R$ 36.000,00
d. (X) R$ 35.000,00
e. ( ) R$ 30.000,00

26. Sejam $f_n(x) : [1,\infty) \to \Re$ funções reais definidas por:

$$f_n(x) = \frac{e^x}{x^n}, \text{ para todo } n = 1, 2, 3, \ldots$$

Então a sequência de funções $(f_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge pontualmente para a função $f(x) : [1,\infty) \to \Re$ dada por:

a. ( ) $f(x) = \dfrac{e^x}{x}$

b. ( ) $f(x) = e^x$

c. (X) $f(x) = \begin{cases} e \text{ se } x = 1 \\ 0 \text{ se } x > 1 \end{cases}$

d. ( ) $f(x) = 0$

e. ( ) $(f_n)_{n\in\mathbb{N}}$ não converge em $[1,\infty)$

---

27. O valor de $\int_{-3}^{3}\int_{0}^{\sqrt{9-x^2}} \sqrt{x^2+y^2}\,dydx$ é:

a. ( ) 27π
b. ( ) 18π
c. ( ) 12π
d. (X) 9π
e. ( ) 3π

---

28. O valor de $\int_{0}^{\sqrt{\pi}}\int_{y}^{\sqrt{\pi}} \cos(x^2)dxdy$ é:

a. (X) 0
b. ( ) 1
c. ( ) 2
d. ( ) 3
e. ( ) 4

29. O valor de $\int_{0}^{\sqrt{\pi}} x^3\cos(x^2)dx$ é:

a. ( ) $\dfrac{1}{2}$

b. ( ) $\pi\sqrt{\pi}$

c. ( ) 0

d. ( ) $-\dfrac{1}{2}$

e. (X) $-\dfrac{1}{4}$

---

30. Sob certas condições, sabe-se que uma população de bactérias duplica-se a cada duas horas. Sabendo que a população inicial é de 5 bactérias, o tempo necessário para a população atingir 5120 bactérias é:

a. ( ) 10 horas.
b. ( ) 15 horas.
c. ( ) 16 horas.
d. ( ) 18 horas.
e. (X) 20 horas.