

Questão 01

Sabemos que $a = dv/dt$

Portanto, derivando v (utilizando a regra da cadeia) temos

$$a = b(-2)x^{-3}dx/dt$$

Agora, também sabemos que $v = dx/dt$

Logo, substituindo dx/dt por $v = bx^{-2}$, encontramos

$$a = b(-2)x^{-3}v = b(-2)x^{-3}(bx^{-2}) = -2b^2x^{-5}$$

Questão 02

Como o sistema está em equilíbrio, sabemos que o torque resultante das diferentes forças tem que ser igual a zero. Portanto:

$$\text{Torque massa 20Kg} + \text{Torque massa 30 Kg} + \text{Torque bastão} = 0$$

Sabemos que o torque de cada massa é dado por:

$$T = \text{Força peso} \times \text{distancia até a cunha}$$

(a força peso é dada por mg , onde m é a massa e g a aceleração da gravidade)

Chamando de d a distância da cunha até o centro do bastão, temos as seguintes expressões para os torques de cada elemento

$$\text{Bastão: } mg \times d = 20\text{Kg } g \times d$$

(visto que o centro de massa do bastão fica em seu centro geométrico, a uma distancia d da cunha)

$$\text{Massa 20 Kg} = mg \times (d + 5\text{m}) = 20 \text{ Kg } g \times (d + 5\text{m})$$

(levando em conta que o comprimento de metade do bastão é de 5 metros)

$$\text{Massa 30 Kg} = mg \times -(5\text{m} - d) = 30 \text{ Kg } g \times -(5\text{m} - d)$$

(levando em conta que a massa de 30 Kg se encontra a uma distancia da cunha de metade do bastão (5 metros) menos a distância d . Como esta massa se encontra à direita da cunha, sua distancia até a cunha tem sinal contrário à distância da massa de 20 Kg)

Equalizando os torques, temos que

$$20 \text{ Kg } g \times (5 \text{ m} + d) + 20 \text{ Kg } g \times (d) = 30 \text{ Kg } g \times (5 \text{ m} - d)$$

$$70 d = 50 \text{ m} \Rightarrow d = 5/7 \text{ m}$$

Questão 03

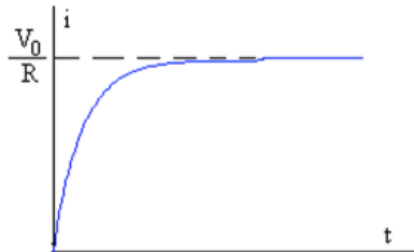
A)

$$iR + L \frac{di}{dt} - V_0 = 0 \Rightarrow L \frac{di}{dt} = V_0 - iR \Rightarrow$$

$$\int \frac{L}{(V_0 - iR)} di = \int dt \Rightarrow$$

$$i = V_0/R(1 - \exp(-Rt/L))$$

B)



C) $V_0/2R = V_0/R(1 - \exp(-Rt/L)) \Rightarrow$

$$\exp(-Rt/L) = 1/2 \Rightarrow t = L/R \ln(2)$$

Questão 04

Seja F_T a força de tensão ocasionada pela corda. Como o sistema está em equilíbrio, temos que a componente vertical de F_T tem que ser exatamente contrária à força gravitacional e a componente horizontal exatamente contrária à força elétrica.

$$F_{Ty} = F_T \cos(\theta) = -mg$$

e

$$F_{Tx} = F_T \sin(\theta) = -kq_1q_2 / r^2$$

Além disso, sabemos que:

$$F_{Tx} / F_{Ty} = \tan(\theta)$$

e

$$\sin(\theta) = (r/2)/L$$

logo

$$F_{Tx} = F_{Ty} r / (2L \cos(\theta))$$

Considerando θ pequeno, temos $\cos(\theta) \approx 1$ (e $\tan(\theta) \approx \sin(\theta)$)

Portanto:

$$-kq_1q_2 / r^2 = -mgr / (2L) \Rightarrow$$

$$r^3 = kq_1q_2 2L / mg \Rightarrow r = (kq_1q_2 2L / mg)^{1/3}$$

(Soluções alternativas se o candidato não considerou θ pequeno:

$$r = (kq_1q_2 2L \cos(\theta) / mg)^{1/3} \text{ ou } r = (kq_1q_2 / mg \tan(\theta))^{1/2})$$