

---

## Matemática

---

Números Primos e Primos Entre Si

Professor Dudan





## NÚMEROS PRIMOS

Por definição, os números primos são números pertencentes ao conjunto dos números naturais não nulos, que possuem exatamente apenas dois divisores naturais distintos, o número 1 e o próprio número.

Segundo essa definição, o número 1 não é um número primo, pois não apresenta dois divisores distintos. Seu único divisor é o próprio 1.

O número 2 é o único número primo par, já que todos os demais números pares possuem ao menos 3 divisores, dentre eles a unidade, o próprio número e o número 2.

Números naturais não nulos que possuem mais de dois divisores são chamados de números compostos.

### Exemplos:

- a) 2 tem apenas os divisores 1 e 2, portanto 2 é um número primo.
- b) 17 tem apenas os divisores 1 e 17, portanto 17 é um número primo.
- c) 10 tem os divisores 1, 2, 5 e 10, portanto 10 não é um número primo.

### Observações:

- 1 não é um número primo, porque ele tem apenas um divisor que é ele mesmo.
- 2 é o único número primo que é par.

Os números que têm mais de dois divisores são chamados números compostos.

### Exemplo:

15 tem mais de dois divisores → 15 é um número composto.

## Como identificar se um número é primo?

Iremos testar a divisibilidade do número por cada um dos números primos, iniciando em 2, até que a divisão tenha resto zero ou que o quociente seja menor ou igual ao número primo que se está testando como divisor.

Vamos testar se o número 17 é primo ou não:

$$17 \div 2 = 8, \text{ resta } 1;$$

$$17 \div 3 = 5, \text{ restam } 2;$$

$$17 \div 5 = 3, \text{ restam } 2.$$

Nesse ponto, já podemos ter a certeza de que o número 17 é primo, pois nenhum dos divisores primos testados produziu resto 0 e o quociente da divisão pelo número primo 5 é igual a 3 que é menor que o divisor 5.

Vejamos agora se o número 29 é primo ou não:

$$29 \div 2 = 14, \text{ resta } 1;$$

$$29 \div 3 = 9, \text{ restam } 2;$$

$$29 \div 5 = 5, \text{ restam } 4.$$

Como nesse ponto, quociente da divisão de 29 pelo número primo 5 é igual ao próprio divisor 5, podemos afirmar com certeza que o número 29 é primo, pois nenhum dos divisores primos testados resultou em uma divisão exata.

### E o número 161?

Ele não é par, portanto não é divisível por 2;

$$1 + 6 + 1 = 8, \text{ portanto não é divisível por } 3;$$

Ele não termina em 0 nem em 5, portanto não é divisível por 5;

Quando dividido por 7  $161 \div 7 = 23$ , com resto zero, logo 161 é divisível por 7, e portanto não é um número primo.

### E o número 113:

Ele não é par, portanto não é divisível por 2;

$$1 + 1 + 3 = 5, \text{ portanto não é divisível por } 3;$$

Ele não termina em 0 nem em 5, portanto não é divisível por 5;

Se dividido por 7  $113 \div 7 = 16$ , com resto 1. O quociente (16) ainda é maior que o divisor (7).

Agora dividido por 11  $113 \div 11 = 10$ , com resto 3. O quociente (10) é menor que o divisor (11), e, além disso, o resto é diferente de zero (o resto vale 3), portanto 113 é um número primo.

## O que são números primos entre si?

Um resultado na teoria de números é que todo número natural, maior que 1, pode ser escrito como um produto, em que os fatores são todos números primos.

Por exemplo,  $(2.2.5)$  é a decomposição do número 20 em fatores primos, isto é,  $20 = 2.2.5$

Deve-se observar que, se o número em questão for um número primo, então a decomposição será o próprio número.

Por exemplo, 7 será a decomposição em fatores primos do número 7.

Assim, se após a decomposição de dois números naturais a e b (maiores que 1), em fatores primos, não houver fatores comuns; então a e b serão denominados números primos entre si.

Observe que 20 e 21 são números primos entre si, pois  $20 = 2.2.5$  e  $21 = 3.7$ ;

Já os números 15 e 21 não são primos entre si, pois  $15 = 3.5$  e  $21 = 3.7$

**Resumindo:** Um conjunto de números inteiros é chamado de mutuamente primo se não existir um inteiro maior do que 1 que divida todos os elementos.

Assim chamamos de números primos entre si um conjunto de dois ou mais números naturais cujo único divisor comum a todos eles seja o número 1.

### Exemplo:

Os divisores do número 10 são: 1, 2, 5 e 10.

Os divisores de 20 são: 1, 2, 4, 5, 10 e 20.

Os divisores de 21 são: 1, 3, 7 e 21.

Podemos então afirmar que, juntos, os números 10, 20 e 21 são primos entre si, ou mutuamente primos, já que o único divisor comum a todos eles continua sendo o número 1.

Observe, no entanto que os números 10 e 20 não são números primos, pois os números 1, 2, 5 e 10 são divisores comuns aos dois.

Em síntese, para sabermos se um conjunto de números são primos entre si, ou mutuamente primos, basta calcularmos o seu máximo divisor comum (MDC). Se for 1, todos números do conjuntos serão primos entre si.

### Regra prática para descobrir se dois números naturais são primos entre si:

Seriam os números 49 e 6 primos entre si?

Se colocarmos 49 e 6 na forma de fração  $\frac{49}{6}$ , não dá para simplificar por nenhum número, logo temos uma fração IRREDUTÍVEL.

Assim, dizemos que 49 e 6 são PRIMOS ENTRE SI.

