
Matemática

Máximo Divisor Comum

Professor Dudan



MÁXIMO DIVISOR COMUM (M.D.C)

O máximo divisor comum entre dois números é representado pelo maior valor comum pertencente aos divisores dos números. Observe o M.D.C entre os números 20 e 30:

$$D(20) = 1, 2, 4, 5, 10, 20. \text{ e } D(30) = 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30.$$

O maior divisor comum dos números 20 e 30 é 10.

Podemos também determinar o M.D.C entre dois números através da fatoração, em que escolheremos os fatores comuns de menor expoente. Observe o M.D.C de 20 e 30 utilizando esse método.

$$20 = 2 * 2 * 5 = 2^2 * 5 \text{ e } 30 = 2 * 3 * 5 = 2 * 3 * 5$$

$$\text{Logo M.D.C (20; 30) = } 2 * 5 = 10$$

A terceira opção consiste em realizar a decomposição simultânea e conjunta dos números, multiplicando os fatores obtidos. Observe:

$$\begin{array}{l|l} 20, & 30 & 2 \\ 10, & 15 & 2 \\ 2, & 3 & \end{array}$$

$$\text{Logo o M.D.C (20 , 30) = 10}$$

Um método rápido e fácil para se determinar o M.D.C de um conjunto de números naturais é a FATORAÇÃO.

Nela iremos decompor simultaneamente os valores, de forma que todos eles devem ser divididos, ao mesmo tempo, pelo fator primo apresentado, até que se esgotem as possibilidades dessa divisão conjunta.

O produto dos fatores primos utilizados nesse processo é o Máximo Divisor Comum.

Para que possamos fazer uma comparação, vamos tomar novamente os números **6, 8 e 12** como exemplo.

Da fatoração conjunta destes três números, temos:

$$\begin{array}{l|l} 6, & 8, & 12 & | & 2 \\ 3, & 4, & 6 & | & \end{array}$$

O M.D.C (6, 8, 12) será calculado pelo produto desses fatores primos usados na decomposição dos valores dados.

Logo: M.D.C (6, 8, 12) = 2

Qual é o M.D.C (15, 25, 40)?

Fatorando os três números, temos:

$$\begin{array}{l|l} 15, & 25, & 40 & | & 2 \\ 3, & 5, & 5 & | & \end{array}$$

Assim o M.D.C (15, 25, 40) = 5

Exemplo:

Qual é o M.D.C (15, 75, 105)?

Fatorando os três números, temos:

$$\begin{array}{l|l} 15, & 75, & 105 & | & 3 \\ 5, & 25, & 35 & | & 5 \\ 1, & 5, & 7 & | & \end{array}$$

M.D.C (15, 75, 105) = 3 . 5 = 15

Note que temos que dividir todos os valores apresentados, ao mesmo tempo, pelo fator primo. Caso não seja possível seguir dividindo todos, ao mesmo tempo, dá-se por encerrado o cálculo do M.D.C.

Propriedade Fundamental

Existe uma relação entre o M.M.C e o M.D.C de dois números naturais a e b.

M.M.C.(a,b) . M.D.C. (a,b) = a . b

Ou seja, o produto entre o M.M.C e M.D.C de dois números é igual ao produto entre os dois números.

Exemplo

Se x é um número natural em que $M.M.C. (14, x) = 154$ e $M.D.C. (14, x) = 2$, podemos dizer que x vale.

- a) 22
- b) - 22
- c) +22 ou - 22
- d) 27
- e) - 27

Como identificar questões que exigem o cálculo do M.D.C?

Para não ficar em dúvida quanto à solicitação da questão, M.M.C ou M.D.C, basta entender que o M.D.C por ser um “divisor comum”, é um número sempre será menor ou igual ao menor dos valores apresentados, logo sempre um valor aquém dos valores dados, dando ideia de corte, fração.

Já o M.M.C, por ser um “múltiplo comum”, é um número sempre será maior ou igual ao maior dos valores apresentados, logo sempre um valor além dos valores dados, criando uma ideia de “futuro”.

Apesar do nome Mínimo Múltiplo Comum, é equivocado pensar que o “mínimo” indica um número pequeno, talvez menor que os valores apresentados. Na verdade, ele é o menor dos múltiplos e quase sempre maior que todos esses valores de quem se busca o cálculo do M.M.C.

Exemplo:

1. Uma indústria de tecidos fabrica retalhos de mesmo comprimento. Após realizarem os cortes necessários, verificou-se que duas peças restantes tinham as seguintes medidas: 156 centímetros e 234 centímetros. O gerente de produção ao ser informado das medidas, deu a ordem para que o funcionário cortasse o pano em partes iguais e de maior comprimento possível. Como ele poderá resolver essa situação?
2. Uma empresa de logística é composta de três áreas: administrativa, operacional e vendedores. A área administrativa é composta de 30 funcionários, a operacional de 48 e a de vendedores com 36 pessoas. Ao final do ano, a empresa realiza uma integração entre as três áreas, de modo que todos os funcionários participem ativamente. As equipes devem conter o mesmo número de funcionários com o maior número possível. Determine quantos funcionários devem participar de cada equipe e o número possível de equipes.

3. Para a confecção de sacolas, serão usados dois rolos de fio de nylon. Esses rolos, medindo 450 cm e 756 cm serão divididos em pedaços iguais e do maior tamanho possível. Sabendo que não deve haver sobras, quantos pedaços serão obtidos?
- a) 25
 - b) 42
 - c) 67
 - d) 35
 - e) 18
4. Nas últimas eleições, três partidos políticos tiveram direito, por dia, a 90 s, 108 s e 144 s de tempo gratuito de propaganda na televisão, com diferentes números de aparições. O tempo de cada aparição, para todos os partidos, foi sempre o mesmo e o maior possível. A soma do número das aparições diárias dos partidos na TV foi de:
- a) 16
 - b) 17
 - c) 18
 - d) 19
 - e) 20
5. Um escritório comprou os seguintes itens: 140 marcadores de texto, 120 corretivos e 148 blocos de rascunho e dividiu esse material em pacotinhos, cada um deles contendo um só tipo de material, porém todos com o mesmo número de itens e na maior quantidade possível. Sabendo-se que todos os itens foram utilizados, então o número total de pacotinhos feitos foi:
- a) 74
 - b) 88
 - c) 96
 - d) 102
 - e) 112

Dica:

Quando se tratar de **M.M.C** a solução será um valor no mínimo igual ao maior dos valores que você dispõe. Já quando se tratar de **M.D.C** a solução será um valor no máximo igual ao menor dos valores que você dispõe.