
Matemática

Mínimo Múltiplo Comum

Professor Dudan



MÍNIMO MÚLTIPLO COMUM

O mínimo múltiplo comum entre dois números é representado pelo menor valor comum pertencente aos múltiplos dos números. Observe o M.M.C entre os números 20 e 30:

$M(20) = 0, 20, 40, 60, 80, 100, 120, \dots$ e $M(30) = 0, 30, 60, 90, 120, 150, 180, \dots$

Logo o M.M.C entre 20 e 30 é equivalente a 60.

Outra forma de determinar o M.M.C entre 20 e 30 é pela fatoração, em que devemos escolher os fatores comuns de maior expoente e os termos não comuns.

Observe:

$20 = 2 * 2 * 5 = 2^2 * 5$ e $30 = 2 * 3 * 5 = 2 * 3 * 5$ logo

$M.M.C(20; 30) = 2^2 * 3 * 5 = 60$

A terceira opção consiste em realizar a decomposição simultânea dos números, multiplicando os fatores obtidos. Observe:

20,	30		2
10,	15		2
5,	15		3
5,	5		5
1			

$M.M.C(20, 30) = 2 * 2 * 3 * 5 = 60$

Dica:

Apenas números naturais têm M.M.C.

Um método rápido e fácil para se determinar o M.M.C de um conjunto de números naturais é a **FATORAÇÃO**.

Nela iremos decompor simultaneamente os valores, de forma que ao menos um deles possa ser dividido pelo fator primo apresentado, até que não sobrem valores maiores que 1.

O produto dos fatores primos utilizados nesse processo é o Mínimo Múltiplo Comum.

Para que possamos fazer uma comparação, vamos tomar os números **6, 8 e 12** como exemplo.

Da fatoração desses três números temos:

$$\begin{array}{l|l} 6, 8, 12 & 2 \\ 3, 4, 6 & 2 \\ 3, 2, 3 & 2 \\ 3, 1, 3 & 3 \\ 1, 1, 1 & \end{array}$$

O M.M.C (6, 8, 12) será calculado pelo produto desses fatores primos usados na decomposição dos valores dados.

$$\text{Logo: M.M.C (6, 8, 12) = } 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 24$$

Qual é o M.M.C (15, 25, 40)?

Fatorando os três números, temos:

$$\begin{array}{l|l} 15, 25, 40 & 2 \\ 15, 25, 20 & 2 \\ 15, 25, 10 & 2 \\ 15, 25, 5 & 3 \\ 5, 25, 5 & 5 \\ 1, 5, 1 & 5 \\ 1, 1, 1 & \end{array}$$

$$\text{Assim o M.M.C (15, 25, 40) = } 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 = 600$$

Propriedade do M.M.C.

Todo múltiplo comum de dois ou mais números inteiros é múltiplo do m.m.c. desses números.

Exemplo: os múltiplos comuns positivos de 2, 5 e 6 são exatamente os múltiplos positivos de 30 (m.m.c. (2, 5, 6) = 30), ou seja, são 30, 60, 90,...

Como identificar questões que exigem o cálculo do M.M.C?

Para não ficar em dúvida quanto à solicitação da questão, M.M.C ou M.D.C, basta entender que o M.M.C por ser um “múltiplo comum”, é um número sempre será maior ou igual ao maior dos valores apresentados, logo sempre um valor além dos valores dados.

Apesar do nome Mínimo Múltiplo Comum é equivocado pensar que o “mínimo” indica um número pequeno, talvez menor que os valores apresentados. Na verdade, ele é o menor dos múltiplos e quase sempre maior que todos esses valores de quem se busca o cálculo do M.M.C.

Exemplo

1. Numa linha de produção, certo tipo de manutenção é feita na máquina A a cada 3 dias; na máquina B, a cada 4 dias; e na máquina C, a cada 6 dias. Se no dia 2 de dezembro foi feita a manutenção nas três máquinas, após quantos dias as máquinas receberão manutenção no mesmo dia?

Temos que determinar o M.M.C entre os números 3, 4 e 6.

$$\begin{array}{ccc|c} 3, & 4, & 6 & 2 \\ 3, & 2, & 3 & 2 \\ 3, & 1, & 3 & 3 \\ 1, & 1, & 1 & \end{array}$$

Assim, o M.M.C (3, 4, 6) = $2 * 2 * 3 = 12$

Concluimos que, após 12 dias, a manutenção será feita nas três máquinas. Portanto, dia 14 de dezembro.

2. Um médico, ao prescrever uma receita, determina que três medicamentos sejam ingeridos pelo paciente de acordo com a seguinte escala de horários: remédio A, de 2 em 2 horas; remédio B, de 3 em 3 horas; e remédio C, de 6 em 6 horas. Caso o paciente utilize os três remédios às 8 horas da manhã, qual será o próximo horário de ingestão dos medicamentos?

Calcular o M.M.C dos números 2, 3 e 6.

$$\begin{array}{ccc|c} 2, & 3, & 6 & 2 \\ 1, & 3, & 3 & 3 \\ 1, & 1, & 1 & \end{array}$$

$$\text{M.M.C (2, 3, 6)} = 2 * 3 = 6$$

O mínimo múltiplo comum dos números 2, 3, 6 é igual a 6.

De 6 em 6 horas os três remédios serão ingeridos juntos. Portanto, o próximo horário será às 14 horas.

3. Em uma árvore de natal, três luzes piscam com frequência diferentes. A primeira pisca a cada 4 segundos, a segunda a cada 6 segundos e a terceira a cada 10 segundos. Se num dado instante as luzes piscam ao mesmo tempo, após quantos segundos voltarão a piscar juntas?
4. No alto da torre de uma emissora de televisão, duas luzes “piscam” com frequências diferentes. A primeira “pisca” 15 vezes por minuto e a segunda “pisca” 10 vezes por minuto. Se num certo instante, as luzes piscam simultaneamente, após quantos segundos elas voltarão a “piscar simultaneamente”?
- a) 12
b) 10
c) 20
d) 15
e) 30
5. Três ciclistas percorrem um circuito saindo todos ao mesmo tempo, do mesmo ponto, e com o mesmo sentido. O primeiro faz o percurso em 40 s; o segundo em 36 s; e o terceiro em 30 s. Com base nessas informações, depois de quanto tempo os três ciclistas se reencontrarão novamente no ponto de partida, pela primeira vez, e quantas voltas terá dado o primeiro, o segundo e o terceiro ciclista, respectivamente?
- a) 5 minutos, 10 voltas, 11 voltas e 13 voltas.
b) 6 minutos, 9 voltas, 10 voltas e 12 voltas.
c) 7 minutos, 10 voltas, 11 voltas e 12 voltas.
d) 8 minutos, 8 voltas, 9 voltas e 10 voltas.
e) 9 minutos, 9 voltas, 11 voltas e 12 voltas.

Gabarito: 3. 60 Segundos 4. A 5. B 6. B