



casa do
concurseiro
sinta-se em casa para estudar conosco

Matemática

Divisores e Múltiplos

Professor Dudan



DIVISORES E MÚLTIPLOS

Os múltiplos e divisores de um número estão relacionados entre si da seguinte forma:

Se 15 é divisível por 3, então 3 é divisor de 15, assim, 15 é múltiplo de 3.

Se 8 é divisível por 2, então 2 é divisor de 8, assim, 8 é múltiplo de 2.

Se 20 é divisível por 5, então 5 é divisor de 20, assim, 20 é múltiplo de 5.

Múltiplos de um número natural

Denominamos múltiplo de um número o produto desse número por um número natural qualquer. Um bom exemplo de números múltiplos é encontrado na tradicional tabuada.

Múltiplos de 2 (tabuada da multiplicação do número 2)

$$2 \times 0 = 0$$

$$2 \times 1 = 2$$

$$2 \times 2 = 4$$

$$2 \times 3 = 6$$

$$2 \times 4 = 8$$

$$2 \times 5 = 10$$

$$2 \times 6 = 12$$

$$2 \times 7 = 14$$

$$2 \times 8 = 16$$

$$2 \times 9 = 18$$

$$2 \times 10 = 20$$

E assim sucessivamente.

Múltiplos de 3 (tabuada da multiplicação do número 3)

$$3 \times 0 = 0$$

$$3 \times 1 = 3$$

$$3 \times 2 = 6$$

$$3 \times 3 = 9$$

$$3 \times 4 = 12$$

$$3 \times 5 = 15$$

$$3 \times 6 = 18$$

$$3 \times 7 = 21$$

$$3 \times 8 = 24$$

$$3 \times 9 = 27$$

$$3 \times 10 = 30$$

E assim sucessivamente.

Portanto, os múltiplos de 2 são: 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 18, 20, ...

E os múltiplos de 3 são: 0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, ...

Divisores de um número natural

Um número é divisor de outro quando o resto da divisão for igual a 0. Portanto,

12 é divisível por 1, 2, 3, 4, 6 e 12.

36 é divisível por 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 e 36.

48 é divisível por 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 e 48.

Importante!

- *O menor divisor natural de um número é sempre o número 1.*
- *O maior divisor de um número é o próprio número.*
- *O zero não é divisor de nenhum número.*
- *Os divisores de um número formam um conjunto finito.*

Principais Critérios de Divisibilidade

Dentre as propriedades operatórias existentes na Matemática, podemos ressaltar a divisão, que consiste em representar o número em partes menores e iguais.

Para que o processo da divisão ocorra normalmente, sem que o resultado seja um número não inteiro, precisamos estabelecer situações envolvendo algumas regras de divisibilidade. Lembrando que um número é considerado divisível por outro quando o resto da divisão entre eles é igual a zero.

Regras de divisibilidade

Divisibilidade por 1

Todo número é divisível por 1.

Divisibilidade por 2

Um número natural é divisível por 2 quando ele termina em 0, ou 2, ou 4, ou 6, ou 8, ou seja, quando ele é par.

Exemplos: 5040 é divisível por 2, pois termina em 0.

237 não é divisível por 2, pois não é um número par.

Divisibilidade por 3

Um número é divisível por 3 quando a soma dos valores absolutos dos seus algarismos for divisível por 3.

Exemplo: 234 é divisível por 3, pois a soma de seus algarismos é igual a $2 + 3 + 4 = 9$, e como 9 é divisível por 3, então 234 é divisível por 3.

Divisibilidade por 4

Um número é divisível por 4 quando termina em 00 ou quando o número formado pelos dois últimos algarismos da direita for divisível por 4.

Exemplos: 1800 é divisível por 4, pois termina em 00.

4116 é divisível por 4, pois 16 é divisível por 4.

1324 é divisível por 4, pois 24 é divisível por 4.

3850 não é divisível por 4, pois não termina em 00 e 50 não é divisível por 4.

Divisibilidade por 5

Um número natural é divisível por 5 quando ele termina em 0 ou 5.

Exemplos: 55 é divisível por 5, pois termina em 5.

90 é divisível por 5, pois termina em 0.

87 não é divisível por 5, pois não termina em 0 nem em 5.

Divisibilidade por 6

Um número natural é divisível por 6 quando é divisível por 2 e 3 ao mesmo tempo.

Exemplos: 54 é divisível por 6, pois é par, logo divisível por 2 e a soma de seus algarismos é múltiplo de 3, logo ele é divisível por 3 também.

90 é divisível por 6, pelo mesmos motivos..

87 não é divisível por 6, pois não é divisível por 2.



Divisibilidade por 7

Um número é divisível por 7, quando estabelecida a diferença entre o dobro do seu último algarismo e os demais algarismos, encontramos um número divisível por 7.

Exemplos:

$$161 : 7 = 23, \text{ pois } 16 - 2 \cdot 1 = 16 - 2 = 14$$

$$203 : 7 = 29, \text{ pois } 20 - 2 \cdot 3 = 20 - 6 = 14$$

$$294 : 7 = 42, \text{ pois } 29 - 2 \cdot 4 = 29 - 8 = 21$$

$$840 : 7 = 120, \text{ pois } 84 - 2 \cdot 0 = 84$$

E o número 165928? Usando a regra : $16592 - 2 \cdot 8 = 16592 - 16 = 16576$

Repetindo o processo: $1657 - 2 \cdot 6 = 1657 - 12 = 1645$

Mais uma vez : $164 - 2 \cdot 5 = 164 - 10 = 154$ e $15 - 2 \cdot 4 = 15 - 8 = 7$

Logo 165928 é divisível por 7.

Divisibilidade por 8

Um número é divisível por 8 quando termina em 000 ou os últimos três números são divisíveis por 8.

Exemplos:

$$1000 : 8 = 125, \text{ pois termina em } 000$$

45128 é divisível por 8 pois 128 dividido por 8 fornece 16

45321 não é divisível por 8 pois 321 não é divisível por 8.

Divisibilidade por 9

Será divisível por 9 todo número em que a soma de seus algarismos constitui um número múltiplo de 9.

Exemplos:

$$81 : 9 = 9, \text{ pois } 8 + 1 = 9$$

$$1107 : 9 = 123, \text{ pois } 1 + 1 + 0 + 7 = 9$$

$$4788 : 9 = 532, \text{ pois } 4 + 7 + 8 + 8 = 27$$

Divisibilidade por 10

Um número é divisível por 10 se termina com o algarismo 0 (zero).

Exemplos: 5420 é divisível por 10 pois termina em 0 (zero)

6342 não é divisível por 10 pois não termina em 0 (zero).

Divisibilidade por 11

Um número é divisível por 11 nas situações em que a diferença entre o último algarismo e o número formado pelos demais algarismos, de forma sucessiva até que reste um número com 2 algarismos, resultar em um múltiplo de 11. Como regra mais imediata, todas as dezenas duplas (11, 22, 33, 5555, etc.) são múltiplas de 11.

$$1342 : 11 = 122, \text{ pois } 134 - 2 = 132 \rightarrow 13 - 2 = 11$$

$$2783 : 11 = 253, \text{ pois } 278 - 3 = 275 \rightarrow 27 - 5 = 22$$

$$7150 : 11 = 650, \text{ pois } 715 - 0 = 715 \rightarrow 71 - 5 = 66$$

Divisibilidade por 12

Se um número é divisível por 3 e 4, também será divisível por 12.

Exemplos:

$$192 : 12 = 16, \text{ pois } 192 : 3 = 64 \text{ e } 192 : 4 = 48$$

$$672 : 12 = 56, \text{ pois } 672 : 3 = 224 \text{ e } 672 : 4 = 168$$

Divisibilidade por 15

Todo número divisível por 3 e 5 também é divisível por 15.

Exemplos:

$$1470 \text{ é divisível por } 15, \text{ pois } 1470:3 = 490 \text{ e } 1470:5 = 294.$$

$$1800 \text{ é divisível por } 15, \text{ pois } 1800:3 = 600 \text{ e } 1800:5 = 360.$$

Exemplo: Teste a divisibilidade dos números abaixo por 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 10.

- a) 1278
- b) 1450
- c) 1202154



