Matemática

Radicais

Professor Dudan

RADICAIS

Certas situações envolvendo radicais podem ser simplificadas utilizando algumas técnicas matemáticas. Vamos, por meio de propriedades, demonstrar como simplificar números na forma de radicais, isto é, números ou letras que podem possuir raízes exatas ou não. Nesse último caso, a simplificação é primordial para os cálculos futuros e para as questões de concurso.

Definição

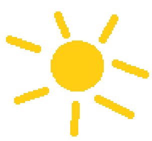
Se perguntássemos qual número multiplicado por ele mesmo tem resultado 2, não encontraríamos nenhum número natural, inteiro ou racional como resposta.

Uma raiz nada mais é que uma operação inversa à potenciação, sendo assim, ela é utilizada para representar, de maneira diferente, uma potência com expoente fracionário.

Radiciação de números relativos é a operação inversa da potenciação. Ou seja:

$$a^n = b \iff b = \sqrt[n]{a} \quad \text{(com } n > 0\text{)}$$

Regra do "SOL e da sombra"



$$\sqrt[p]{B^q} = B^{\frac{q}{p}}$$

Exemplos:

a) $7^{\frac{3}{5}} = \sqrt[5]{7^3} = \sqrt[5]{343}$

b) $\sqrt[4]{2^3} = 2^{\frac{3}{4}}$

c) $3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$

d) $\sqrt[3]{32} = 2^{\frac{5}{3}}$

e) $10^{0,8} = 10^{\frac{8}{10}} = 10^{\frac{4}{5}} = \sqrt[5]{10^4} = \sqrt[5]{10000}$

Atenção: $\sqrt[par]{negativo} \neq IR$

Propriedades

I. Simplificação de radicais

Regra da chave-fechadura

Exemplos:

a) $\sqrt{27}$ =

b) $\sqrt{32}$ **=**

c) $\sqrt[3]{16}$ =

d) $\sqrt[5]{32}$ **=**

e) $\sqrt{36}$ =

f) $\sqrt[4]{512}$ **=**

g) $\sqrt{243}$ =

h) $\sqrt[3]{729}$ **=**

i) $\sqrt{108}$ =

j) $\sqrt[3]{-64}$ **=**

Atenção!

$\sqrt[n]{a^n} = a$

II. Soma e subtração de radicais

Exemplos:

a) $\sqrt{5} - 5\sqrt{20} + \sqrt{45} - 7\sqrt{125} + \sqrt{320} =$

b) $\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{128} =$

III. Multiplicação de raízes de mesmo índice

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$$

Exemplos:

a) $\sqrt{2}\ .\ \sqrt{5} = \sqrt{2.5} = \sqrt{10}$

b) $\sqrt[3]{4}\ .\ \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{4.2} = \sqrt[3]{8} = 2$

c) $\sqrt[2]{27}\ .\ \sqrt[2]{3}$

d) $\sqrt[3]{16}\ .\ \sqrt[3]{2}$

IV. Divisão de raízes de mesmo índice

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

Exemplos:

a) $\dfrac{\sqrt{20}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\dfrac{20}{5}} = \sqrt{4} = 2$

b) $\dfrac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{\dfrac{4}{2}} = \sqrt[3]{2}$

<u>Atenção:</u>

$$\boxed{\sqrt{1,44} = \sqrt{\frac{144}{100}} = \frac{\sqrt{144}}{\sqrt{100}} = \frac{12}{10} = 1,2}$$

V. Raiz de raiz

$$\boxed{\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m.n]{a}}$$

Exemplos:

a) $\sqrt{\sqrt[3]{64}} = \sqrt[2.3]{64} = \sqrt[6]{64} = \sqrt[6]{2^6} = 2$

b) $\sqrt[5]{\sqrt[4]{3}} = \sqrt[5.4]{3} = \sqrt[20]{3}$

VI. Simplificação de índice e expoente

$$\boxed{\sqrt[n.p]{a^{m.p}} = \sqrt[n]{a^m}}$$

Exemplos:

a) $\sqrt[4]{9} = \sqrt[4]{3^2} = \sqrt{3}$

b) $\sqrt[8]{7^6} = \sqrt[2.4]{7^{2.3}} = \sqrt[4]{7^3}$

VII. Multiplicação de raízes de índices distintos

$$\boxed{\sqrt[m]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[m.n]{a^n \cdot b^m}}$$

Exemplos:

a) $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[4]{7} = \sqrt[12]{5^4 \cdot 7^3}$

b) $\sqrt[5]{2^2} \cdot \sqrt[4]{5^3} = \sqrt[20]{2^{2\cdot4} \cdot 5^{3\cdot5}} = \sqrt[20]{2^8 \cdot 5^{15}}$

Exercícios

1. Se x = $\sqrt{2}$ e y = $\sqrt{98} - \sqrt{32} - \sqrt{8}$ então:

a) y = 3x
b) y = 5x
c) y = x
d) y = –x
e) y = 7x

2. Se a = $\sqrt{2}$ e b = $\sqrt{2} - \sqrt{8}$, então a/b é um número:

a) racional positivo.
b) racional não inteiro.
c) racional.
d) irracional.
e) complexo não real.

3. O numeral $512^{0,555}$ é equivalente a:

a) 32.
b) $16\sqrt{2}$.
c) 2.
d) $\sqrt{2}$.
e) $\sqrt[5]{2}$.

4. O valor de $\dfrac{\sqrt{1,777...}}{\sqrt{0,111...}}$ é:

a) 4,444...
b) 4.
c) 4,777...
d) 3.
e) 4/3.

5. O valor de $(16\%)^{50\%}$ é:

a) 0,04%
b) 0,4%
c) 4%
d) 40%
e) 400

6. O valor de $\sqrt[2]{8+\sqrt[2]{14+\sqrt[3]{6+\sqrt{4}}}}$ é:

a) $2\sqrt{3}$
b) $3\sqrt[2]{2}$
c) $\sqrt{5}$
d) $2\sqrt{5}$
e) $5\sqrt{2}$

7. Se $a = 2^{3,5}$, então:

a) $6 < a < 8,5$.
b) $8,5 < a < 10$.
c) $10 < a < 11,5$.
d) $11,5 < a < 13$.
e) $13 < a < 14,5$.

Gabarito: **1.** C **2.** C **3.** A **4.** B **5.** D **6.** A **7.** C