
Matemática

Simetria de Figuras Planas

Professor Dudan



SIMETRIA DE FIGURAS PLANAS

Definição

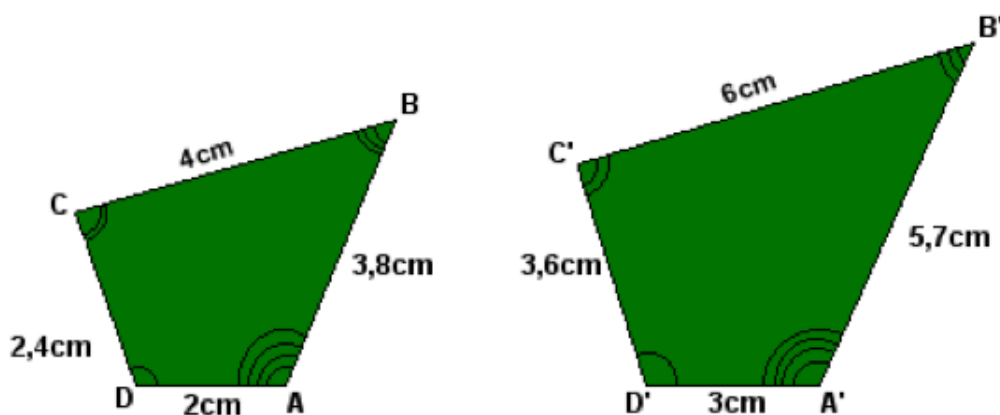
Polígonos são regiões planas fechadas, constituídas de lados, vértices e ângulos. Dizemos que dois polígonos são semelhantes quando eles possuem o mesmo número de lados e se adéquam às seguintes condições:

- Ângulos iguais.
- Lados correspondentes proporcionais.
- Possuem razão de semelhança igual entre dois lados correspondentes.

Nas questões de simetria e semelhança usaremos conceitos básicos de proporção entre as medidas correspondentes das figuras estudadas.

Semelhança de Polígonos

Considere os polígonos ABCD e A'B'C'D', nas figuras:



Observe que:

→ os ângulos correspondentes são congruentes:

$$\hat{A} \cong \hat{A}', \hat{B} \cong \hat{B}', \hat{C} \cong \hat{C}', \hat{D} \cong \hat{D}'$$

→ os lados correspondentes (ou homólogos) são proporcionais:

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CD}{C'D'} = \frac{DA}{D'A'} \quad \text{ou} \quad \frac{3,8}{5,7} = \frac{4}{6} = \frac{2,4}{3,6} = \frac{2}{3}$$

Podemos concluir que os polígonos ABCD e A'B'C'D' são semelhantes .

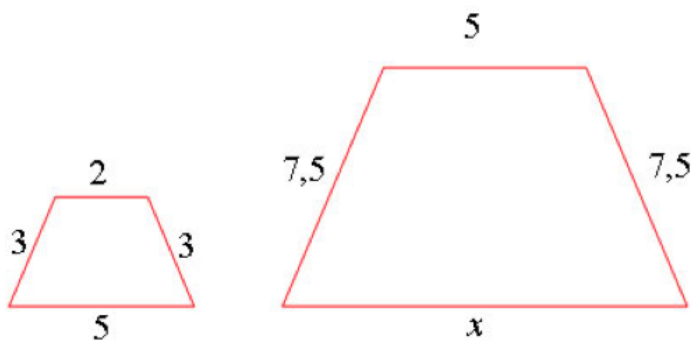
Dois polígonos são semelhantes quando os ângulos correspondentes são congruentes e os lados correspondentes são proporcionais.

A razão entre dois lados correspondentes em polígonos semelhante denomina-se razão de semelhança e nos polígonos considerados é $k = \frac{2}{3}$

Obs: A definição de polígonos semelhantes só é válida quando ambas as condições são satisfeitas: Ângulos correspondentes congruentes e lados correspondentes proporcionais. Apenas uma das condições não é suficiente para indicar a semelhança entre polígonos.

Exemplo Resolvido

Determine o valor da medida x, sabendo que os trapézios a seguir são semelhantes.



Precisamos descobrir qual a razão entre os segmentos proporcionais correspondentes.

$$\frac{7,5}{3} = 2,5 \quad \text{e} \quad \frac{5}{2} = 2,5$$

O coeficiente de ampliação dos trapézios equivale à constante $k = 2,5$. Então:

$$\frac{x}{5} = 2,5$$

$$x = 2,5 * 5$$

$$x = 12,5$$

O valor de x corresponde a 12,5 unidades.

Exemplo Resolvido

Observa, agora, os seguintes retângulos. Será que os retângulos são semelhantes?



Como as duas figuras são retângulos, então, a medida todos os ângulos internos é 90° , logo, os ângulos são geometricamente iguais.

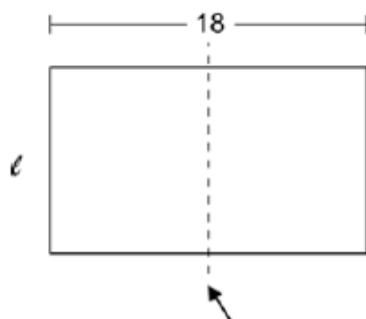
$\frac{3}{2} = \frac{6}{4}$, logo, os lados são diretamente proporcionais.

Deste modo, podemos afirmar que as duas figuras são semelhantes e a razão de semelhança é 1,5.

Exemplo

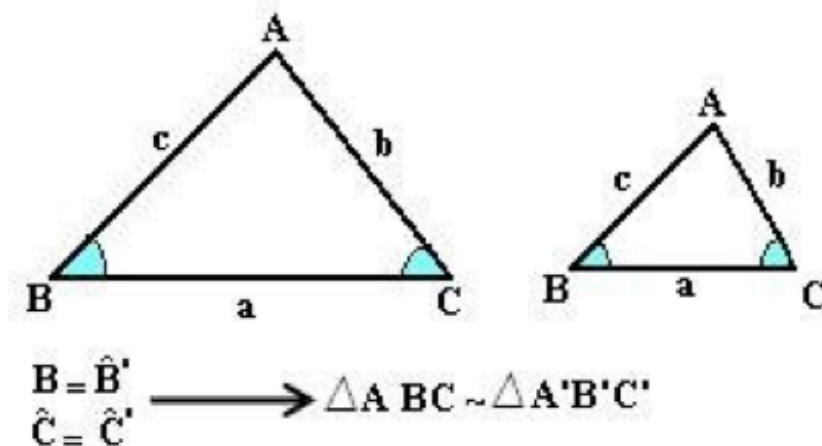
1. Para que uma folha com 18 cm de comprimento, quando dobrada ao meio, conforme nos mostra a figura, mantenha a mesma forma que tinha quando estendida, sua largura em cm se encontra entre:

- a) 14 e 15
- b) 10 e 11
- c) 11 e 12
- d) 12 e 13
- e) 15 e 16



Semelhança de Triângulos

Dois ou mais triângulos são semelhantes quando possuem todos os ângulos correspondentes congruentes entre si.



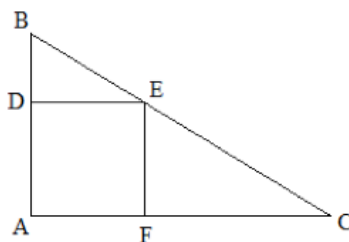
O segredo é comprovar a semelhança e reorganizar as figuras na mesma posição para poder aplicar a proporção.

OBS:

Dois triângulos (ou de forma geral, duas figuras planas) são congruentes quando têm a mesma forma e as mesmas dimensões, ou seja, o mesmo tamanho.

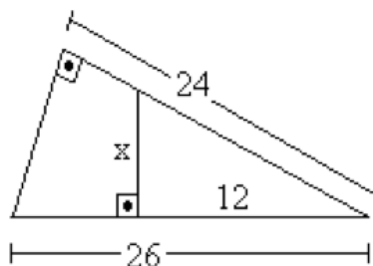
2. Na figura, o triângulo ABC é retângulo em A, ADEF é um quadrado, $\overline{AB} = 1$ e $\overline{AC} = 3$. Quanto mede o lado do quadrado?

- a) 0,70
- b) 0,75
- c) 0,80
- d) 0,85
- e) 0,90



3. O valor de x, na figura abaixo, é:

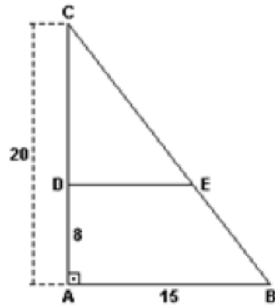
- a) 24
- b) 13
- c) 5
- d) 8
- e) 10



4. A figura representa um triângulo retângulo de vértices A, B e C, onde o segmento de reta DE é paralelo ao lado AB do triângulo.

Se $\overline{AB} = 15$ cm, $\overline{AC} = 20$ cm e $\overline{AD} = 8$ cm, a área do trapézio ABED, em cm^2 , é:

- a) 84
- b) 96
- c) 120
- d) 150
- e) 192



Gabarito: 1. D 2. B 3. C 4. B



