



February Long Challenge 2019

Problem Code: GUESSRT

Guess It Right

শেফ একজন যাদুকরের সাথে একটা খেলা খেলছে। এই খেলার শুরুতে শেফের সামনে N সংখ্যক অভিন্ন বাস্ক থাকে এবং এদের একটাতে একটা যাদুকরী পিল রয়েছে — এই পিল খাওয়ার পরে, তুমি আর কখনো কম্পাইলেশন এরর পাবে না।

শেফকে বলতে হবে কোন বাস্কে পিলটা রয়েছে। সে সর্বোচ্চ M সংখ্যক চাল দিতে পারবে। প্রত্যেক চালে, শেফ এদের মধ্যে যেকোন একটা করবে:

- তার সামনে থাকা বাস্কগুলো হতে যেকোন একটা বাস্ক uniformly randomly বেছে নিবে এবং অনুমান করবে এই বাস্কে পিলটা রয়েছে। যদি তার অনুমান সঠিক হয়, খেলা শেষ হয়ে যায় এবং শেফ পিলটা পেয়ে যাবে। অন্যথায়, এই অনুমানের পরে যাদুকর শেফের সামনে K সংখ্যক খালি বাস্ক এমনভাবে যোগ করবে যেন শেফ বুঝতে না পারে কোন বাস্কগুলো যোগ করা হয়েছে; যে বাস্কটা শেফ অনুমান করেছে সেটাও তার সামনে থেকে যায় এবং এই বাস্কটাকেও শেফ তার পরের চালগুলোতে অন্যান্য বাস্ক হতে আলাদা করতে পারবে না।
- একটা সংখ্যা X বেছে নিবে যেন X, K এর একটা ধনাত্মক গুণিতক হয়, তবে শেফের সামনে থাকা বাস্কের বর্তমান সংখ্যা হতে ছোট হয়। যাদুকর তারপরে X সংখ্যক খালি বাস্ক সরিয়ে ফেলে। শেফ অবশ্য এই চাল দিতে পারবে না যদি বর্তমান বাস্ক সংখ্যা $\leq K$ হয়।

শেফ পিলটা পাওয়ার সম্ভাব্যতা কত, যদি ধরে নেই সে সর্বোত্তম উপায়ে খেলে — এমনভাবে যেন এই সম্ভাব্যতাকে সর্বোচ্চ করবে? এটা প্রমাণ করা যাবে যে সর্বোচ্চ সম্ভাব্যতাকে একটা ভগ্নাংশ P/Q আকারে প্রকাশ করা যাবে, যেখানে P এবং Q সহমৌলিক ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা। তোমাকে $P \cdot Q^{-1} \text{ modulo } 10^9+7$ গণনা করতে হবে, যেখানে Q^{-1} দ্বারা Q এর multiplicative inverse modulo 10^9+7 বুঝায়।

ইনপুট:

- ইনপুটের প্রথম লাইনে একটা পূর্ণসংখ্যা T দেওয়া আছে যা টেস্টকেস সংখ্যা নির্দেশ করে। এরপর T টেস্টকেস এর বর্ণনা দেয়া আছে।
- প্রত্যেক টেস্টকেসের প্রথম এবং একমাত্র লাইনে তিনটা পূর্ণসংখ্যা N , K এবং M দেওয়া থাকে।

আউটপুট:

প্রত্যেক টেস্ট কেস এর জন্য এক লাইনে একটি পূর্ণসংখ্যা প্রিন্ট করতে হবে — $P \cdot Q^{-1}$ modulo 10^9+7 , যেখানে P/Q হল শেফের পিলটা পাওয়ার সম্ভাব্যতা।

শর্তাবলি:

- $1 \leq T \leq 10^5$
- $1 \leq N < K \leq 3 \cdot 10^4$
- $1 \leq M \leq 3 \cdot 10^4$

সাবটাস্ক:

- সাবটাস্ক #1 (20 পয়েন্ট) :
 - $1 \leq T \leq 100$
 - $1 \leq N < K \leq 50$
 - $1 \leq M \leq 50$
- সাবটাস্ক #2 (20 পয়েন্ট) :
 - $1 \leq T \leq 1,000$
 - $1 \leq N < K \leq 100$
 - $1 \leq M \leq 100$
- সাবটাস্ক #3 (60 পয়েন্ট) : মূল শর্তাবলি

নমুনা ইনপুট :

3

5 9 1

7 9 2

3 20 3

নমুনা আউটপুট :

400000003

196428573

555555560

ব্যাখ্যা:

কেস 1: শেফের শুধুমাত্র একটা চাল রয়েছে, তাই তার একটা অনুমান করা উচিত, যা সঠিক হওয়ার সম্ভাব্যতা $1/5$ । খেয়াল করো যে এই অনুমান যদি ভুল হয়ে থাকে, তবে এর পরে শেফের সামনে 14 টা বাস্ক থাকবে।

কেস 2: তার প্রথম চালে, শেফের একটা অনুমান করা উচিত। এই অনুমান সঠিক হওয়ার সম্ভাব্যতা $1/7$ । এটা ভুল হওয়ার সম্ভাব্যতা $6/7$ এবং এর পরে শেফের সামনে 16 টা বাস্ক থাকবে।

তার দ্বিতীয় চালে, শেফের আবার একটা অনুমান করা উচিত, যা সঠিক হওয়ার সম্ভাব্যতা $1/16$ । শেফের অন্তত একটা অনুমান সঠিক হওয়ার সম্ভাব্যতা $\frac{1}{7} + \frac{6}{7} \cdot \frac{1}{16} = \frac{22}{112} = \frac{11}{56}$

কেস 3: শেফের প্রথম চালে একটা অনুমান করা উচিত, যা সঠিক হওয়ার সম্ভাব্যতা $1/3$ । দ্বিতীয় চালে, শেফের যাদুকরকে $X = 20$ সংখ্যক বাস্ক সরিয়ে ফেলতে বলা উচিত, যাতে আবারো 3 টা বাস্ক বাকি থাকে। তৃতীয় চালে, তার আবার একটা অনুমান করা উচিত যা সঠিক হওয়ার সম্ভাব্যতা $1/3$ । তাহলে সম্ভাব্যতা হবে $5/9$ ।