

## EL ANÁLISIS DE FORMAS LIBRES EN ARQUITECTURA A PARTIR DE LA GENERACIÓN DIGITAL DE SUPERFICIES. LA CUBIERTA DE RONCHAMP.

Andrés de Mesa G. y Joaquín Regot M.  
Escola Superior d'Arquitectura de Barcelona.  
Universitat Politècnica de Catalunya.

### ANTECEDENTES Y PLANTEAMIENTO.

Para continuar con el mismo campo de investigación desarrollado en anteriores trabajos, dedicados al estudio del control formal de las superficies de geometría libre utilizadas en el ámbito de la arquitectura, nos ha parecido adecuado estudiar los diferentes problemas de método que existen a la hora de definir la estructura geométrica de formas complejas con el mayor rigor posible. El desarrollo de un proceso metodológico pretende orientar y ayudar a determinar con rigor todas aquellas formas tridimensionales que pueda crear un diseñador para expresar aquello que realmente desea, partiendo del análisis de los elementos básicos que configuran este tipo de objetos, reduciendo su complejidad formal al

## ARCHITECTURAL FREE FORMS ANALYSIS FROM THE DIGITAL GENERATION OF SURFACES. RONCHAMP ROOF.

Andrés de Mesa G. y Joaquín Regot M.  
Escola Superior d'Arquitectura de Barcelona.  
Universitat Politècnica de Catalunya.

### ANTECEDENTS AND EXPOSITION.

In order to continue with our investigation developed in previous works, dedicated to the study of the formal control of free geometry surfaces in the architectural area, we are going to study the different methodological problems that exist to define the geometric structure of complex forms, with the greater possible accuracy.

To developed this work studies and analyzes the free forms surfaces of the Romchamp's chapel roof. [Fig. 01].

### AIMS

The similarity between a constructed form and its three-dimensional elaboration by computer



[Fig. 01]: Chapelle de Ronchamp

mínimo posible para convertirlos en elementos totalmente accesibles.

Para desarrollar esta idea, en este trabajo se realiza el estudio y el análisis de una superficie arquitectónica con formas libres que ya está construida, la cubierta de la capilla de Ronchamp de Le Corbusier [Fig. 01].

### OBJETIVOS.

No cabe duda que la similitud entre una forma construida y su elaboración tridimensional mediante procesos gráficos informáticos, es la manera más adecuada de estudiar y definir un proceso concreto que permita establecer los parámetros que definen la estructura de generación de una forma compleja con rigor.

Sin embargo, la finalidad de este trabajo, en sí, no es obtener el modelo virtual de una superficie compleja ya construida, ni especular con los criterios utilizados por Le Corbusier para diseñar la cubierta de Ronchamp, sino demostrar de manera genérica que cualquier forma volumétrica de este tipo permite una definición muy precisa a partir de elementos muy concretos.

Como consecuencia, en este trabajo se define un proceso que es necesario para generar una superficie de forma libre a partir del análisis de los elementos que la estructuran. Para definir los elementos básicos de su forma volumétrica, se ha escogido el sistema de entidades NURBS, frente al sistema de entidades MESH<sup>1</sup>. Esta elección no sólo se debe a que las NURBS<sup>2</sup> cuentan con una estructura geométrica más versátil, sino, sobre todo, porque disponen de

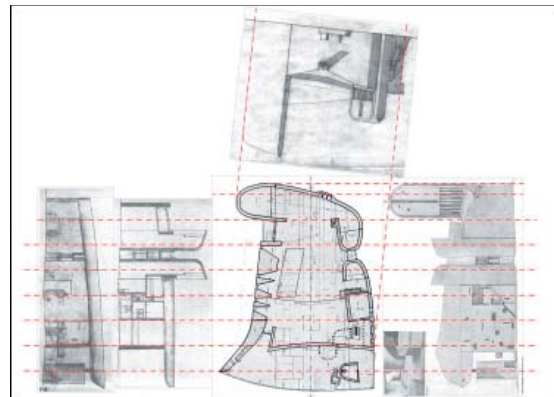
graphical processes is the best way to study and define a process for the generation methodology of a constructed complex shape.

We do not pretend to speculate with the criteria used by Le Corbusier to design Ronchamp roof. We want to demonstrate that any volumetric form of this type allows a very precise definition from very concrete elements.

We work with NURBS<sup>1</sup> entities, in front of Mesh<sup>2</sup> entities, because this system allow to analyze, with scientific rigour, the different parameters from the forms obtained in real time, and as consequence allows to rationalize the methodology of their three-dimensional formalization immediately. [Schneider, 1996].

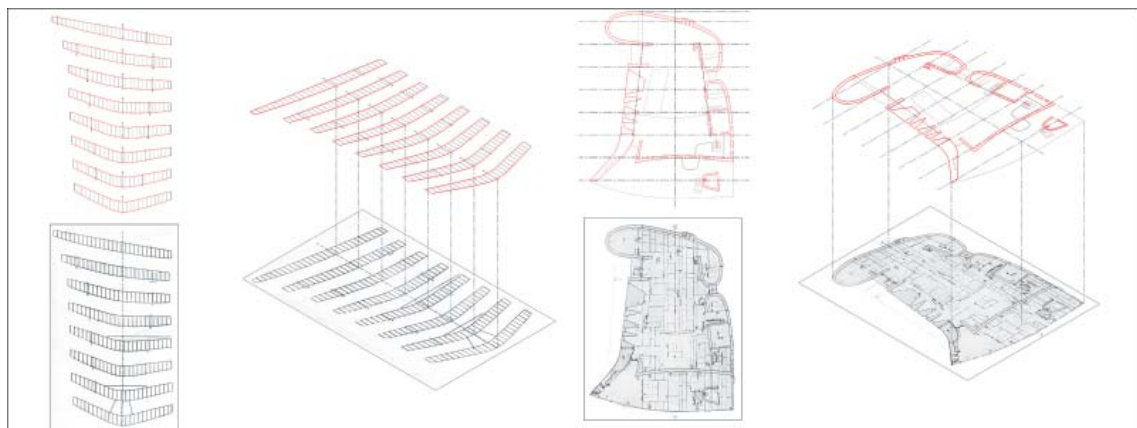
### ANALYSIS AND MODELLING PROCESS

The analysis of the Ronchamp chapel roof shape was made by using reproductions of the original drawings employed in the project



[Fig. 02]: Plantas y alzados del modelo.

Original drawings of top, front and lateral views of the Chapel.



[Fig. 03]: Vectorización de datos mediante imágenes tipo "raster". Data from analogical to digital.

sistemas que permiten analizar los diferentes parámetros de las formas obtenidas en tiempo real, y como consecuencia permiten racionalizar el método de su formalización tridimensional inmediatamente [Schneider, 1996].

## ANÁLISIS Y PROCESO DE MODELADO.

El análisis formal de la cubierta de la capilla de Ronchamp, se realizó a partir de las reproducciones de dibujos originales de lo que se considera la versión definitiva del proyecto y de las fotografías de las maquetas de trabajo desarrolladas por el taller de Le Corbusier [Petit, 1966], [Stoller, 1999]. Este fue el punto de partida para planificar un proceso de generación virtual tridimensional de este elemento arquitectónico que permitía el análisis completo de todas las superficies que la componen [Fig. 02 y 03].

La transformación de todas las imágenes realizadas por el taller del arquitecto francés en datos digitales, se realizó mediante un escáner para obtener esta información, primero en formato raster<sup>3</sup> y luego en formato vectorial, para contar con una base de trabajo muy precisa que permita realizar el estudio propuesto con la mayor exactitud posible.

### PRIMERA APROXIMACIÓN.

La primera hipótesis que se ha formulado sobre la estructura que define la generación formal de la cubierta de Ronchamp fue la más inmediata. Es decir, suponer que las directrices de su forma<sup>4</sup> la constituyen las 8 “costillas” que le dan rigidez estática y se comportan como si se tratase de una tipología constructiva aeronáutica, tal como lo demuestran los propios dibujos de taller [Fig. 04].

La determinación de los elementos que conforman la silueta de cada una de las “costillas” que definen la estructura de la cubierta, se ha realizado siguiendo los dibujos originales pero teniendo en cuenta las definiciones geométricas más simples posibles y que en todos los casos se pudieron resolver mediante arcos de circunferencia y líneas rectas<sup>5</sup>.

[Stoller, 1999], and completed with photographs of Le Corbusier workshop scaled models. [Fig. 02 y 03].

All the information was transformed in raster and vector<sup>3</sup> formats to process all the graphic information digitally.

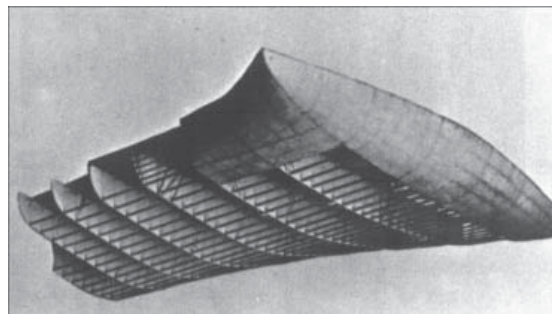
### FIRST APPROACH.

The first hypothesis supposes that the essential of their form are constituted by the 8 ‘ribs’ that give a strong static rigidity to the roof structure, and in fact it constitutes an aeronautical constructive typology as demonstrate the own drawings made by the Le Corbusier workshop. [Fig. 04].

According to the original drawings, the geometry used in the roof design is very simple and develops all the forms only by means of circumference arcs and straight lines<sup>4</sup>. These basic elements are located in three-dimensional space by clear references graphically pointed in the original drawings. Each ‘rib’ determines the cross-section of a surface defined by two groups of guide lines. The first group supports the upper part of the roof, and the second one defines its lower part.

Two independent surfaces were generated through these two groups of lines with the ‘loft surface’<sup>5</sup> methodology which uses lines as leaning sections. Thus, the resulting surfaces lean on the lines of each one of the 8 ‘ribs’, where their lateral edges used to close the voids between the upper and lower surfaces acquire a free form. In this way, all the resulting surfaces seem get a robust and continuous form. [Fig. 05].

But a first analysis of the resulting shapes



[Fig. 04]: Dibujo original de la maqueta de la cubierta. Original drawing of the roof model.

La operación de situar tridimensionalmente a cada uno de estos elementos se realizó mediante las referencias espaciales indicadas en los dibujos originales. El posicionamiento tridimensional de los elementos estructurales de la cubierta permitió realizar un primer análisis de su forma, puesto que cada “costilla”, en realidad determina la sección transversal de una superficie definida por dos grupos de líneas directrices. El primero, en el que descansa la parte superior de la cubierta, es decir la parte aérea o extradós, y el segundo grupo, que es el que define el intradós o su parte inferior.

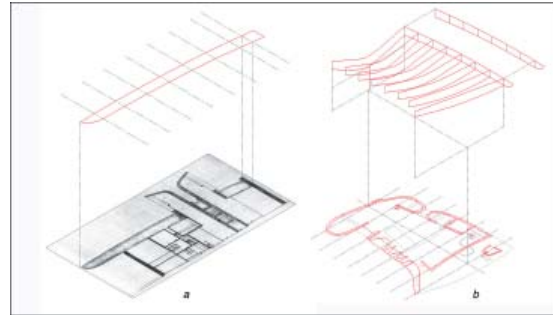
Por esta razón, el primer intento de formalización de estas dos superficies se realizó utilizando una generación por secciones denominada “Loft surface”<sup>6</sup>. De esta manera, las superficies resultantes se apoyan sobre las líneas de cada una de las 8 costillas mientras que sus bordes laterales adquieren una forma libre [Fig. 05].

Un primer análisis de este resultado formal mediante la orientación de normales [Fig. 06] y los valores de curvatura<sup>7</sup> [Fig. 08], nos permitió observar defectos de continuidad y uniformidad ciertamente importantes en ambas superficies, sobre todo en la superficie inferior o del intradós. La elaboración de un mapa de “temperatura de color” de la variación de curvaturas y la elaboración de un conjunto de curvas de nivel según la orientación horizontal [Fig. 07] y otro según la orientación de la normal promedio de cada superficie, permitió detectar que la falta de continuidad se producía por la mayor o menor exactitud de adaptación del perfil generador a las curvas de paso definidas por las “costillas”.

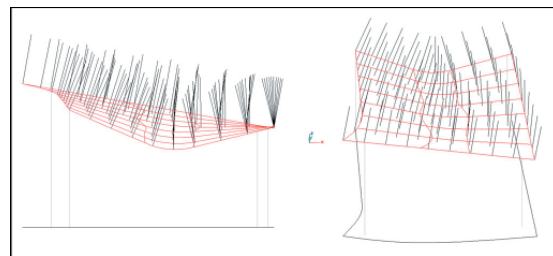
## SEGUNDA APROXIMACIÓN.

Gran parte de los problemas formales que se presentaron en la primera aproximación se pudieron resolver manteniendo las 8 “costillas” estructurales de la cubierta como directrices de sus superficies y corrigiendo la modalidad de su generación geométrica.

Para poder conseguir una forma lo más regular y continua posible, se generó una segunda superficie mediante su paso por secciones



[Fig. 05]: Situación tridimensional de las “costillas”.  
Three-dimensional position of “ribs”.

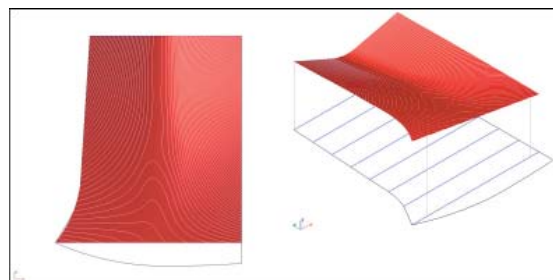


[Fig. 06]: Análisis de las normales a la superficie.  
Normal surface analysis.

using its normal surface direction [Fig. 06] and curvature values<sup>6</sup> [Fig. 08], allowed us to identify flaws of continuity and uniformity of certainly importance in both surfaces, but mainly in the lower one. The lack of continuity took place by the accuracy adaptation process of the surface to the profile lines of each curve defined by the structural ‘ribs’. Analysis with temperature color maps and contour curves given to parallel sections permit us detect the surface discontinuities due to the adaptation of the surface to the step “ribs” [Fig. 07].

## SECOND APPROACH

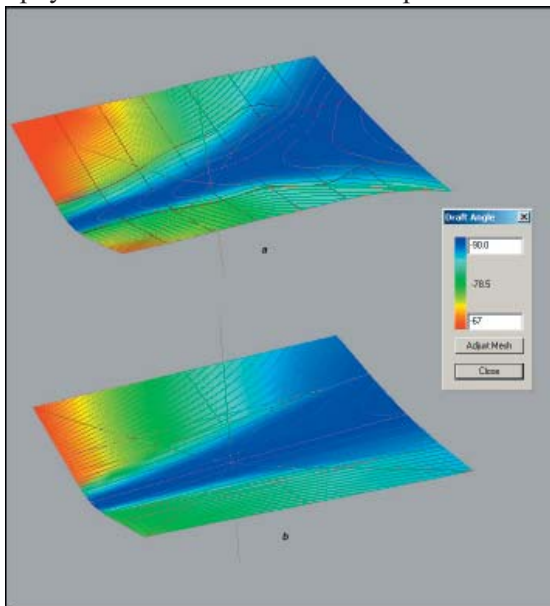
In the second surface generation essay was added to the process a parameter of approach for the 6 intermediate ‘ribs’. Consequently, the first and the last ‘ribs’ stays like lines of obligatory crossing. Thus, the resultant surface



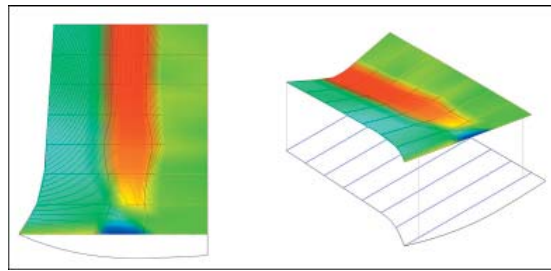
[Fig. 07]: Análisis de flujo mediante curvas de nivel.  
Flow analysis by means of contours curves.

utilizando la misma técnica que la anterior. Es decir generándola por secciones, (“Loft surface”)<sup>8</sup>, pero añadiendo un parámetro de aproximación o tolerancia de paso para las 6 “costillas” intermedias, de tal manera que sólo se mantuviesen como líneas de paso obligatorio aquellas definidas por la primera y la última “costilla”. [Fig. 09] Esta particularidad permitió generar una superficie que estrictamente no se apoyaba en todas las directrices, pero que como resultado redujo sustancialmente las discontinuidades creadas por el ensayo anterior.

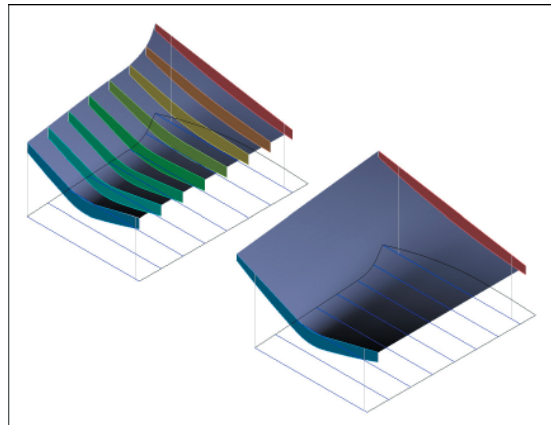
El análisis de esta segunda superficie nos permitió ver que todos los problemas de discontinuidad se podían eliminar si solamente se tomaban en cuenta la primera y la última “costilla”. [Fig. 10] Indudablemente esta propuesta era una solución muy radical, pero permitía analizar los problemas de la geometría estructural de la superficie de la cubierta de Ronchamp a partir de una superficie “teórica”. Para conseguir esta superficie se situaron líneas rectas en el espacio de tal manera que quedasen superpuestas sobre las partes rectas de los segmentos que definen la parte superior de la primera y la última “costilla”. Mediante estas líneas como directrices se determinaron dos superficies regladas alabeadas simples que quedaban unidas por medio de una línea recta apoyada en las directrices correspondientes a



[Fig. 10]: Análisis comparativo de curvaturas y continuidad de las dos primeras aproximaciones. Curvature and continuity analysis of first and second approach.



[Fig. 08]: Análisis de desviación de curvatura mediante normales. Curvature analysis using normal lines.



[Fig. 09]: Generación de la superficie mediante las costillas anterior y posterior. Surface generation with front and bottom “ribs”.

did not lean in all the guide lines, but reduced substantially the discontinuities created by the previous test. This approach was made using a loft surface system like in the previous essay adding a tolerance parameter of approximation for the six interior directing curves<sup>7</sup>.

The discontinuity problems could be suppressed definitively taking into account as crossing lines only the first and the last ‘ribs’. In order to obtain this ‘theoretic’ surface [Fig. 09], its guide lines were located in the space superposed to the straight parts of the upper edge of the first and the last ‘ribs’. So, these lines constitute the guide lines of two adjacent ruled surfaces with simple warped shape.

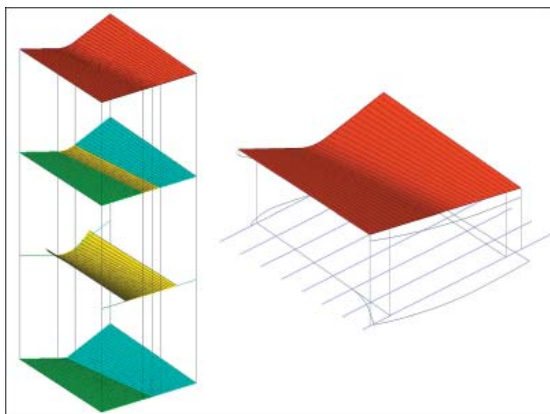
The analysis of this second surface allowed us to see that all the discontinuity problems could be eliminated if we only took into account the first one and the last ‘rib’. [Fig. 10] Undoubtedly this proposal was a very radical solution, but it allowed analyzing the problems of the structural geometry of the Ronchamp cover of the surface starting from a “theoretical” surface. To get this surface

Para completar la parte central de esta superficie “teórica” de la parte superior de la cubierta, fue necesario generar una tercera superficie de curvatura variable tangente a las dos superficies regladas anteriores. Su curvatura se definió mediante el arco de circunferencia situado en la “costilla” posterior y la recta que define la primera “costilla”. El resultado de la composición de estas tres superficies permitió generar una superficie completamente reglada y uniforme que cumplía con los datos gráficos de partida y permitía intuir el proceso de generación básico de la forma final de la superficie de la cubierta de Ronchamp [Fig. 11].

### TERCERA APROXIMACIÓN.

La metodología de generación, la geometría y la forma de la superficie “teórica” obtenida, comparada con las anteriores aproximaciones, nos ayudo a entender la gran importancia que tenía la lámina de la Fondation Le Corbusier con el número 7473. En dicha lámina se puede comprobar como la generación de la superficie superior o extradós de la cubierta se establece mediante un reglado que se apoya en las dos líneas situadas en la parte superior de la primera y última “costilla”. Estas dos líneas tienen sus posiciones espaciales perfectamente determinadas, ya que en la lámina se muestra su posición en alzado y la división en segmentos iguales para definir el reglado de una superficie [Fig. 12].

De esta manera, a diferencia de lo que pensamos en un principio, en esta lámina se definen claramente las costillas anterior y posterior



[Fig. 11]: Superficie teórica. Theoretical surface.

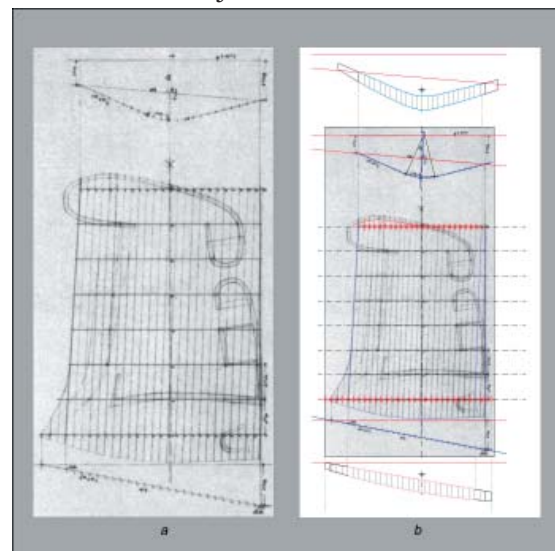
with right lines they were located in the space in such a way that they were superimposed to the straight parts of the segments that define the superior part of the first and the last ‘rib’. By means of these lines, like guidelines, were determined two simple warped ruled surfaces that were linked by means of a direct line supported in the guidelines corresponding to the first and the last ‘rib’.

To obtain the central part of this ‘theoretic’ surface, correspondent to the upper part of the roof, it was necessary to generate a third surface tangent to the previous ruled surfaces. Its curvature was defined by means of circumference arcs located in the last ‘rib’ and the straight line that defines the first ‘rib’. The composition of these three surfaces allows generating a completely uniform and unique ruled surface [Fig. 11].

### THIRD APPROACH

The methodology of generation, the geometry and the form of the obtained “theoretical” surface, compared with the previous approaches, help us to understand the great importance that had the lamina of the Fondation Le Corbusier with number 7473. Up and bottom parts of this drawing show the possible generation of roof surface with a straight lines supported over the first and the last “ribs” [Fig. 12].

Therefore we rejected the idea to continue



[Fig. 12]: (a) Lámina 7473. (b) Determinación de directrices.

(a) Drawing sheet 7473. (b) Guide curves determination.

como directrices del reglado de las viguetas de refuerzo de la superficie de la cubierta y por lo tanto de su forma. Así, una idea que en un primer momento nos pareció secundaria, ahora era fundamental. Por esta razón desechamos la idea de seguir estudiando la generación las superficies de la cubierta mediante curvas de paso y nos pusimos a estudiar los sistemas de su generación mediante superficies regladas.

La verificación definitiva se produjo después de comprobar que las secciones de la superficie reglada construida a partir de los datos de la lámina 7473 coincidían perfectamente con las líneas de la parte superior de los perfiles de las 6 “costillas” intermedias. De hecho, nos dimos cuenta que la forma de la superficie de la cubierta de Ronchamp está estructurada por 2 superficies básicas: la superficie reglada superior o extradós y la superficie reglada inferior o intradós [Fig. 13].

A partir de esta base y vistos los resultados anteriormente obtenidos, todas las formas de los encuentros entre la superficie superior y la inferior se pueden considerar como superficies complementarias. Así, en todo el conjunto de la cubierta se detectan 5 superficies distintas que son necesarias para poder generarla. La superior, la inferior, las laterales derecha e izquierda y la frontal que define la cornisa del voladizo sobre el altar exterior.

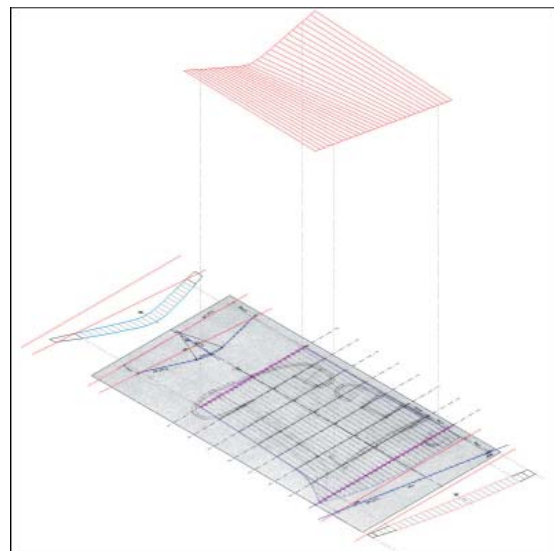
Para poder asegurar la continuidad geométrica G2 [Farin, 1996] de las dos superficies básicas que definen la cubierta, cuyas directrices están configuradas por segmentos rectos y curvos a la vez, fue necesario determinar previamente las relaciones proporcionales entre sus longitudes [Fig. 12 y 13]. Como consecuencia, se tuvo que relacionar las proporciones entre una línea recta (1ª directriz) y un arco de circunferencia sumado a dos rectas (2ª directriz) para la superficie superior. Y entre un arco de circunferencia (1ª directriz) y tres arcos de circunferencia continuos (2ª directriz) para la superficie inferior. De esta manera se consiguió que las tres partes que conforman tanto la superficie superior como la inferior de la cubierta tuviesen continuidad de curvatura y una uniformidad geométrica muy superior a las que se habían conseguido anteriormente [Fig. 14, 15 y 16].

studying the generation the surfaces of the roof by step curves. We follow the study of the roof generation system by use of ruled surfaces.

A comparison with Le Corbusier workshop drawing sheet 7473, allows verify that the sections of the obtained ruled surface are perfectly agreed with the upper part lines of the 6 intermediate ‘ribs’ profiles. And we can see that in fact, the whole Ronchamp roof is structured by 2 basic ruled surfaces [Fig. 13].

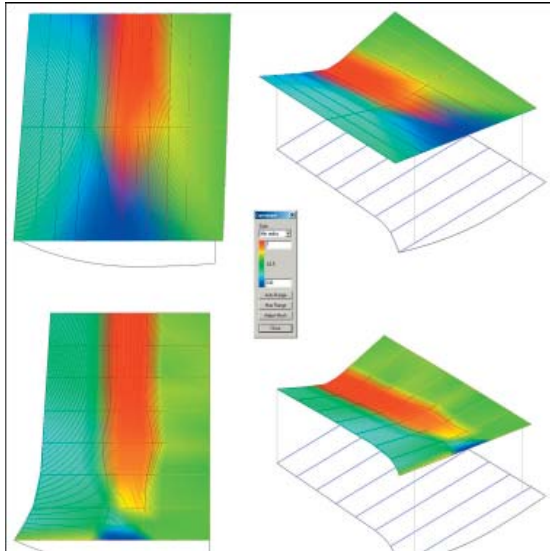
Thus, it is possible to say that the all roof would be constituted by 5 surfaces: The upper one and the lower one, (its basic surfaces), and the right and left surfaces, complimented with the frontal surface that defines the projected cornice of the outer altar.

In order to be able to assure the geometric continuity G2, [Farin, 1996], in the upper and lower surfaces, it was necessary define previously the proportional relations of the guide lines length [Fig 12 y 13]. To do this, it was necessary make the proportion between an arc and the two straight segments for the first upper ‘rib’ edge, and related to the straight segment of the last upper ‘rib’ edge. The same proportion were made for the lower edges of the first and last ‘ribs’ too. Once obtained these lines, the continuity of curvature and a geometric uniformity of the resultant surfaces were much better than those that were obtained previously [Fig 14, 15 y 16].



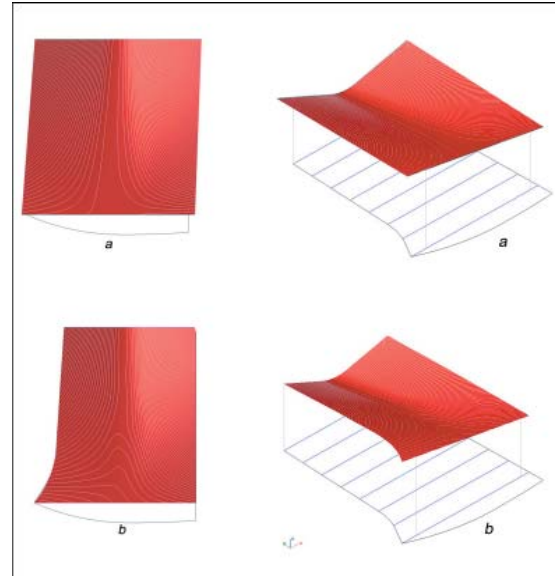
[Fig. 13]: Situación 3d de directrices y generación de superficie. curves determination.

Guides curves 3d positioning and surface generation.



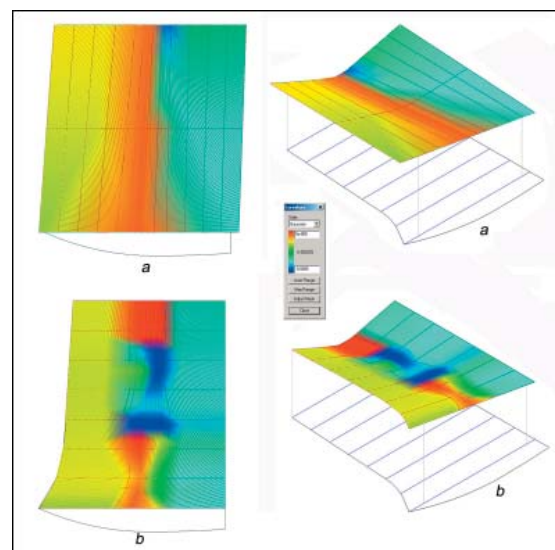
[Fig. 14]: Análisis comparativo entre la primera aproximación y la superficie final (Curvatura). Comparison analysis between the first approach and final surface (curvature).

Para completar la volumetría de la forma de la cubierta de Ronchamp, se procedió a la determinación de los parámetros que definen las superficies de la parte frontal y de las dos partes laterales, y que enlazan la superficie inferior y superior de la cubierta que se han propuesto. La adaptación de continuidad geométrica con grado  $G1^o$  [Farin, 1996] entre estas nuevas superficies y la superficie interior, se realizó mediante arcos de circunferencia tangentes a dicha superficie, y a una superficie vertical “imaginaria” apoyada sobre los bordes de la superficie superior [Fig. 17]. Para construir dichos arcos fue necesario obtener previamente las líneas de sección de la superficie inferior y superior utilizando una cuadrícula horizontal de referencia rectangular. Así, los arcos de circunferencia tangentes a una generatriz de la superficie inferior y a la recta vertical de referencia del borde de la superficie superior, se convirtieron en curvas de paso de las superficies de enlace frontal y lateral izquierda. La regularidad de continuidad de estas nuevas superficies con todas las superficies adyacentes, nos obligo a aplicar un parámetro de tolerancia a todas las curvas de paso intermedias y a ajustar su recorrido mediante dos líneas guía laterales. La definición de la forma final se determinó mediante los recortes efectuados sobre las superficies para definir las volumetrías que aparecen en la zona de acceso y las tres “torres”



[Fig. 15]: Análisis comparativo entre la primera aproximación y la superficie final (Desviación Gauss). [Fig. 15]: Comparison analysis between the first approach and final surface (Gauss deviation).

The frontal surface and the two lateral ones, which connect the lower and upper basic roof surfaces, were made by means of circumference arcs tangent to the lower one, and supported by auxiliary vertical surfaces that lean on the upper surface edges [Fig 17]. Using section lines through a rectangular reference grid, projected to the lower and upper basic surfaces, we get a regular network system. So, tangent circumference arcs and vertical straight lines arranged by this grid became the cross sections of the frontal and lateral connecting surfaces.



[Fig. 16]: Análisis comparativo entre la primera aproximación y la superficie final (Curvas de Nivel). Comparison analysis between the first approach and final surface (contour curves).



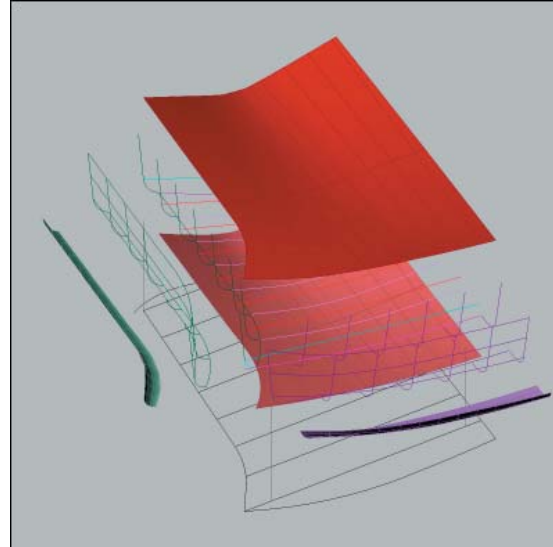
[Fig. 18].

## CONCLUSIONES.

El procedimiento empleado en la resolución de la volumétrica de la cubierta Ronchamp no sólo ha permitido la generación geoméricamente controlada de una superficie irregular con un alto grado de precisión, sino demostrar que la forma de una superficie, en principio irregular, puede ser reducida a la combinación estructurada de varias superficies intermedias.

Por otro lado, el estudio y la concreción tridimensional de una forma tan compleja como esta, ha puesto de manifiesto la extraordinaria versatilidad de los sistemas de NURBS frente a otros sistemas de construcción tridimensional utilizados en los sistemas de CAD a la hora de generar formas complejas. Esta característica queda perfectamente complementada por la capacidad de los sistemas de NURBS para realizar análisis de los objetos generados con esta estructura de una manera muy variada y precisa.

Por último, la experiencia realizada, demuestra que la generación de formas libres dentro del diseño arquitectónico, (y en el de otros campos), requiere de una estructura previa que sea capaz de definir las partes fundamentales que la configuran, sobre todo si se quiere obtener un objeto geométrica y formalmente controlable, tal como lo demuestra la superficie de la cubierta de Ronchamp. Una superficie que, pese a su complejidad, se ha podido

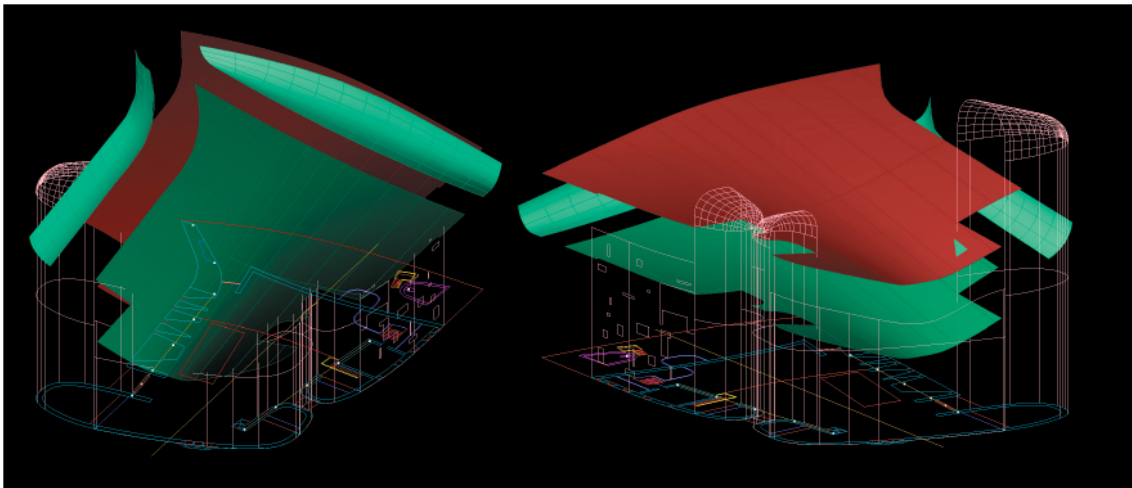


[Fig. 17]: Generación de las superficies complementarias. Methodology of complementary surfaces generation.

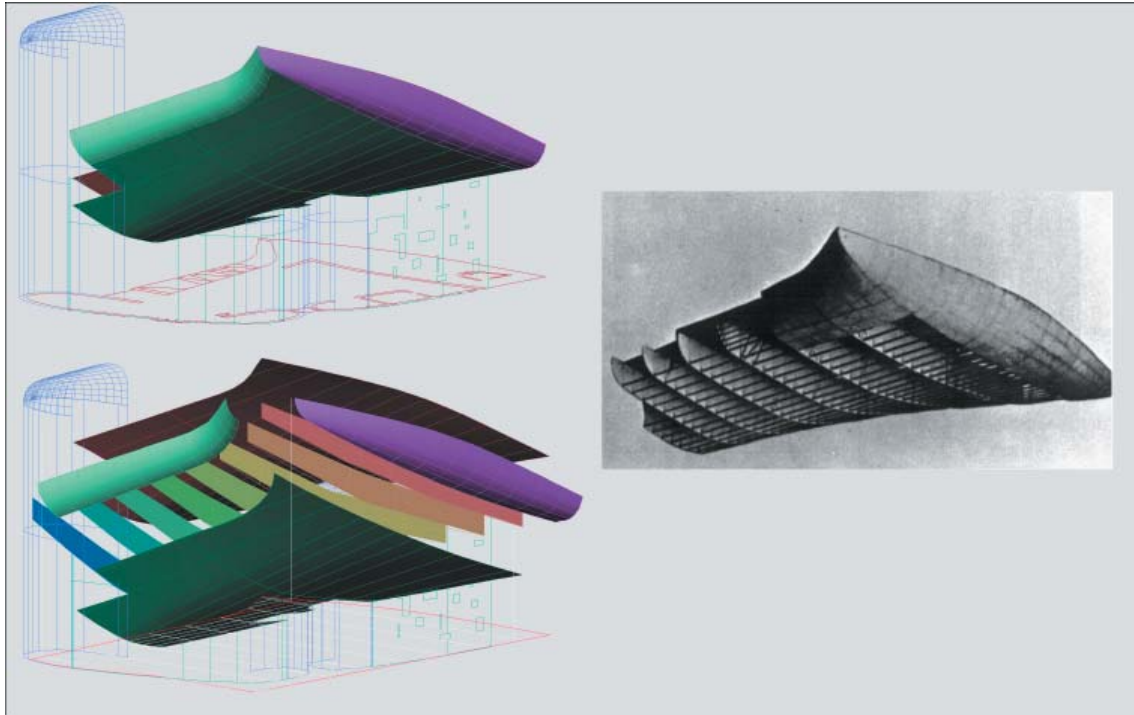
The continuity  $G1^8$ , [Farin, 1996], and regularity of these new surfaces, with all the adjacent ones, forced us to maintain only those curves of its perimeter as lean guide lines, and also apply a tolerance parameter for all the intermediate cross section curves. To obtain the volumes that appear in the access zone and in the three towers area, was necessary cut the final shapes of all the resultant surfaces [Fig 18].

## CONCLUSIONS.

The applied methodology demonstrates that an accurate geometric study of a complex surface shape, initially very irregular, allows reducing it first into different basic parts and generate with



[Fig. 18]: Estructura y forma de la cubierta en relación a todo el conjunto de Ronchamp. Shape and structure of the roof related to the whole Ronchamp building.



[Fig. 19]: Resultado final de la cubierta modelada y comparada con la maqueta original.  
Chapel roof final results and its comparison with original model.

reducir a dos superficies básicas y tres complementarias para generarla, todas ellas basadas en líneas directrices compuestas por líneas rectas y arcos de circunferencia [Fig. 19]. En este sentido, el sistema metodológico empleado en la resolución volumétrica de esta cubierta es el resultado más valioso de esta experiencia.

#### BIBLIOGRAFÍA. - BIBLIOGRAPHY.

- STOLLER, Ezra. The Chapel at Ronchamp. Building blocks. Princeton Architectural Press. New York. 1999
- PETIT, Jean. Le Livre de Ronchamp Le Corbusier. Les Cahiers Forces Vives. 1961
- SCHNEIDER, Philip J. NURB Curves : A Guide Develop for the Uninitiated. The Apple Technical Journal. Issue 25. 1996
- PIEGL, Les A. & TILLER Wayne. The Nurbs Book (Monographs in Visual Communications) Springer Verlag. Berlin. 1997
- FARIN, Gerald E. Curves and Surfaces for Computer-aided Geometric Design. Morgan

them a combined unique structure constituted by several intermediate surfaces. Were the entire surface set uniformity and continuity is supported by a rigorous geometric formal definition of each part.

On the other hand, the study and the three-dimensional concretion of complex shapes have shown the extraordinary versatility of the NURBS systems, as opposed to other three-dimensional construction systems used in CAD. All the performance of this system is supported by its capacity to make multiple analysis and rectifications of the generated objects in real time, and in very different ways as it needed.

Finally, the made experience, demonstrates that the generation of free forms within the architectonic design, requires of a previous structure that is able to define the fundamental parts mainly that they form it, if is wanted to obtain an object formally and geometrical controlled. The surfaces of the Ronchamp chapel roof, in spite of its complexity, are reduced in a two basic ruled surfaces adding three complementary surfaces composed by straight lines and circumference arcs [Fig. 19]. The systematically modelling process is the

## NOTAS

1 Mesh: Son entidades gráficas utilizadas para la representación digital de objetos tridimensionales, están compuestas por nodos (vértices), aristas y caras que dispuestos ordenadamente forman una “malla”. Este tipo de representación tridimensional determina la forma de la superficie a partir de un poliedro con múltiples caras, más o menos ajustada (resolución) a la forma del objeto que simula.

2 Las NURBS son herramientas estándar de la industria para la representación y el diseño de formas geométricas [Introduction to NURBS David F. Rogers 2001 - Morgan Kaufmann Publishers San Francisco]. La abreviatura Non-Uniform Rational B-Spline constituye un modelo matemático para la representación de objetos tridimensionales. Muchas aplicaciones de CAD/CAM utilizan como base de trabajo las NURBS, un modelo matemático con el que fácilmente se pueden representar mediante funciones formas geométricas simples o complejas como las cuádricas, las superficies regladas alabeadas o las formas libres que han sido ampliamente utilizadas por la industria naval, aeronáutica y del automóvil.

Non-Uniform: hace referencia a la parametrización de la curva. Las curvas No-uniformes permiten, entre otras cosas, la presencia de multi-nodos, necesarios para la representación de curvas Bezier.

Rational: hace referencia a la representación matemática. Esta propiedad permite a las NURBS representar exactamente curvas cónicas (como elipses, parábolas, hipérbolas, y circunferencias) además de las curvas de forma libre.

B-Splines: son curvas polinomiales, (por segmentos), que tienen una representación paramétrica.

3 El formato raster permite el traslado fiel de una imagen analógica a formato digital. Este tipo de formato define la forma de las imágenes a partir de un conjunto ordenado de puntos denominados píxeles, en el que cada uno de estos puntos representa el color de la imagen que le corresponde simplemente por su posición. A diferencia del formato raster, en el que no existe ningún tipo de relación entre los píxeles, el formato vectorial permite definir los objetos mediante parámetros geométricos precisos, pero no puede reproducir la tonalidad y los matices de su color como lo hace el sistema raster.

4 Entendemos como directrices los elementos internos de la cubierta que soportan y aguantan las superficies que conforman la misma.

5 A pesar de que es posible hacer múltiples hipótesis sobre la forma de las líneas que constituyen las “costillas” estructurales de la cubierta, dibujadas por el taller de Le Corbusier; después de realizar diferentes pruebas y un análisis detallado hemos optado por definir su forma mediante formas geométricas lo más simples posibles que se adapten al trazado propuesto, es decir: arcos de circunferencia y líneas rectas.

6 Una superficie tipo “Loft surface” está creada a partir de dos o más curvas, de tal manera que la superficie se apoye

## NOTES

1 The NURBS is a standard tool of the industry for the representation and the design of geometric shapes [Introduction to NURBS David F. Rogers 2001 - Morgan Kaufmann Publishers San Francisco]. The abbreviation Non-Uniform Rational B-Spline constitutes a mathematical model to make the digital representation of three-dimensional objects. Many applications of CAD/CAM use NURBS like work base, with this mathematical model can be represented easily, by means of simple or complex functions, geometric forms as quadratic surfaces, the warped ruled surfaces or the free forms that have been broadly used by the naval industry, aeronautics and of the automobile.

Non-Uniform: makes reference to the parameterization of the curve. The curves No-uniforms allow, among of other things, the presence of multi-nodes, necessary for the representation of Bezier curves.

Rational: makes reference to the mathematical representation. This property allows the NURBS to represent exactly conic curves (as ellipses, parabolas, hyperbolas, and circumferences) and of course free form curves.

B-Splines: they are polynomial curves, (distributed in segments) that have a parametric representation.

2 Mesh is a graphic entity used for the digital representation of three-dimensional objects. A mesh is composed by nodes (vertexes), edges and faces that willing orderly they form a “mesh”. This type of three-dimensional representation determines the shape of the objects surface starting from a polyhedron with multiple faces, more or less adjusted (resolution) to the form that simulates.

3 The ‘raster’ format allows the faithful transfer of an analogical image to digital format. This type of format, defines the shape of the images starting from an orderly group of points denominated pixels, in which each one of these points represents the color of the image that simply corresponds to its position. Contrary to the raster format, in which any relationship type doesn’t exist among the pixels, the vector format allows defining the objects by means of precise geometric parameters, but it cannot reproduce the hue and tonality of its color like makes the raster system.

4 Although it is possible to make multiple hypothesis on the form of the lines that constitute the structural “ribs” of the cover roof, drawn by the workshop of Le Corbusier. After carrying out different tests and a detailed analysis we have opted to define their form by means of the simplest possible geometric forms that adapt to the proposed layout, that is to say: circumference arcs and right lines.

5 A surface type “Loft surface” is created starting from two or more curves, in such a way that the surface leans in each one of the proposed curves consecutively along its entire journey. Its possible to apply the approach grade (tolerance) with which the surface leans on each curve. The curves or directing lines of this type of surfaces should prepare in order and according to one direction

consecutivamente en cada una de las curvas propuestas a lo largo de todo su recorrido. Se puede aplicar el grado de aproximación (tolerancia) con el cual la superficie se apoya sobre cada curva. Las curvas o líneas directoras de este tipo de superficies deben disponerse espacialmente en orden y según una dirección y no deben cruzarse entre sí espacialmente.

7 La curvatura de una superficie viene determinada por los radios de curvatura de las curvas de la superficie que pasan por ese punto. Se considera la normal a una superficie en un punto a la dirección perpendicular al plano tangente a la superficie en ese punto. La orientación de normales permite observar la regularidad y la continuidad en la curvatura de las superficies. Si sobre una línea de la superficie se construyen las normales a la misma, podemos observar su ángulo de desviación sobre la dirección vertical. A partir de la cadencia de las sucesivas normales podemos darnos cuenta de la continuidad de curvatura de la superficie. Se considera curvatura de una superficie en un punto a la longitud del radio de la esfera tangente a la superficie en ese punto.

8 La mayoría de programas de CAD que trabajan con NURBS permiten crear estas superficies por curvas de paso (Loft-surface) definiendo la tolerancia de apoyo de la superficie respecto a las curvas directoras.

9 Continuidad: La suavidad en la unión de dos curvas o superficies determina la condición de continuidad de éstas o dicho de otra manera de como dos curvas o superficies “fluyen” una en la otra. Existen los siguientes tipos de continuidad:

Continuidad de posición o “G0”: Los puntos finales de las curvas o los bordes de dos superficies coinciden exactamente en su posición espacial.

Continuidad de tangencia o “G1”: A parte de coincidir los extremos de dos curvas o los bordes de dos superficies, la continuidad tangencial asegura que la tangente en los puntos o bordes de unión tiene la misma dirección u orientación.

Continuidad de curvatura o “G2”: Además de tener la misma tangente en los puntos de unión, la curvatura de continuidad determina que el módulo del vector tangente sea el mismo, por lo tanto el valor del radio de curvatura debe ser el mismo en los puntos coincidentes de curvas o superficies.

Existen las continuidades “G3” “G4” ... “Gn”. Los diferentes grados de continuidad, mas acusados cada vez, lo único que definen es el grado de coincidencia entre la dirección y el módulo de los vectores  $dn/dt$  de  $[Qn]$ . Estos niveles de continuidad aseguran transiciones entre objetos mucho más suaves y más rígidas a la vez.

and they should not cross each one whit the other curves.

6 The curvature of a surface in one point comes determined by the radii of curvature of the curves of the surface that go through that point. The normal one to a surface in a point it is considered the perpendicular direction to the tangent plane to the surface in that point. The orientation of a normal line allows observing the regularity and the continuity of curvature of one surface. If over any curve of the surface are build normal lines to this curve, we can observe the surface deviation angle from the vertical direction. Starting from the normal cadence of the successive ones we can analyze the continuity of curvature of the surface. It is considered curvature of a surface in a point the longitude of the radius of the tangent sphere to the surface in that point.

7 Most of programs of CAD that works with NURBS allow creating these surfaces by crossing curves (Loft-surface) and define the tolerance of the surface regarding these directing curves.

8 Continuity: The softness in the union of two curves or surfaces determines the condition of continuity of these, or said otherwise, continuity is how two curves or surfaces “flow” one in the other one. The following types of continuity exist:

Position continuity or “G0”: The final points of two curves or the borders of two surfaces coincide exactly in their spatial position.

Tangency continuity or “G1”: Besides the coincidence of the ends of two curves or two surfaces, the tangential continuity assures that the tangent in the points of borders of union has the same direction and orientation.

Curvature continuity or “G2”: Besides having the same tangent in the points of union, the continuity of curvature determines that the module of the tangent vector are the same one, therefore the value of the radius of curvature should be the same one in the coincident points of two curves or two surfaces.

Exist the continuities “G3” “G4” ... “Gn”. The different levels of continuity, every time more accused, are the grade of coincidence between the direction and the module of the vectors  $dn/dt$  of  $[Qn]$ . These levels of continuity assure transitions between objects much softer, and at the same time, more rigid.