

3.5. TEOREMAS DE THEVENIN Y NORTON

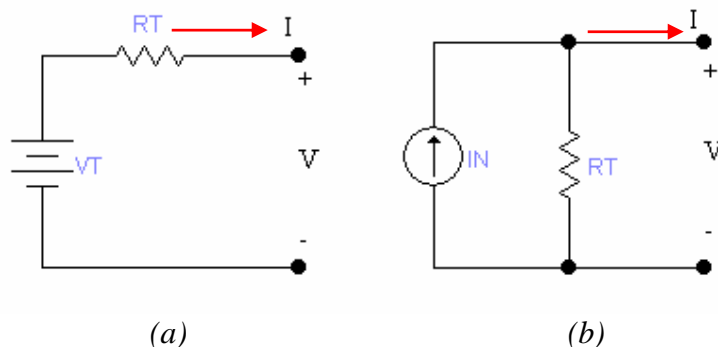


Figura 1. Circuitos (a) Thévenin y (b) Norton

Aplicando LVK en el circuito de la figura 1a. y LCK en el circuito de la figura 1b.se obtiene:

$$\begin{aligned}
 -V_T + R_T I + V &= 0 & I_N &= I + \frac{V}{R_N} \\
 V &= -R_T I + V_T & I_N - I &= \frac{V}{R_N} \\
 & & V &= R_N I_N - I R_N
 \end{aligned}$$

Comparando las dos ecuaciones se concluye que:

$$\begin{aligned}
 R_T &= R_N \\
 V_T &= R_N I_N
 \end{aligned}$$

Ejemplo 1.

El circuito de la figura 2, la parte ubicada a la derecha de la línea punteada, se puede reemplazar por su equivalente de Thévenin.

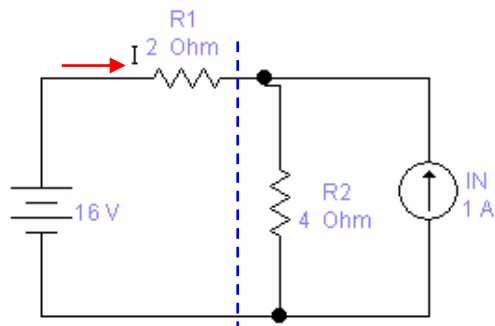


Figura 2.

$$V_T = R_N I_N$$

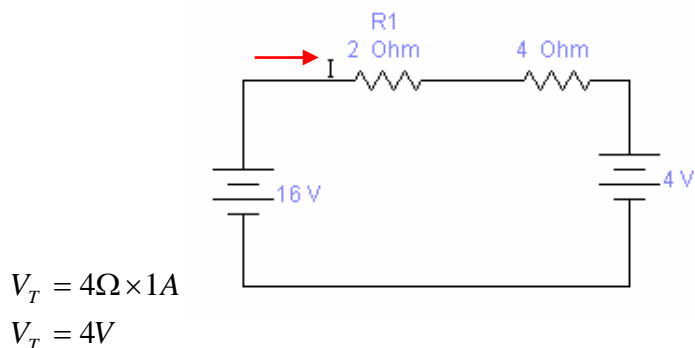


Figura 3.

3.5.1. Teorema de Thévenin

Un circuito tipo resistivo (resistencia y fuentes de energía); puede reemplazarse por una combinación en serie de una fuente de voltaje V_T y una resistencia R_T

Ejemplo 2

Encontrar el equivalente Thévenin entre los puntos A y B del circuito mostrado en la figura 4.

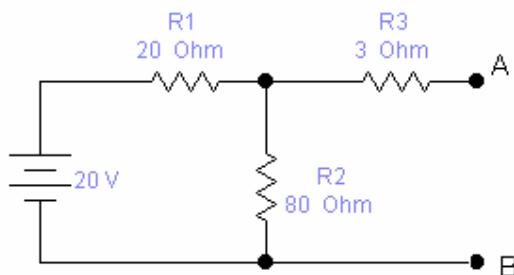
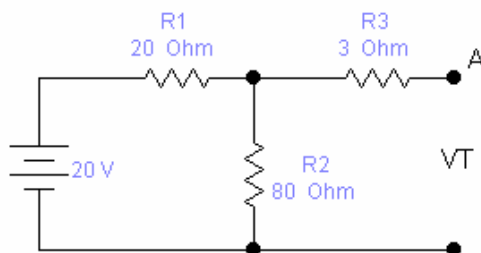


Figura 4. Circuito para el ejemplo 4

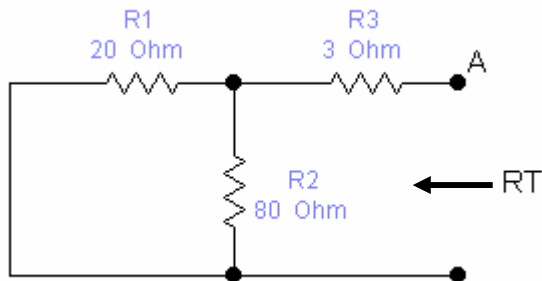
El voltaje Thévenin V_T es:



$$V_T = \frac{20V \times R_2}{R_1 + R_2}$$

$$V_T = \frac{20V \times 80\Omega}{20\Omega + 80\Omega} = 16V$$

Para calcular la resistencia equivalente Thévenin, se anula la fuente de voltaje.

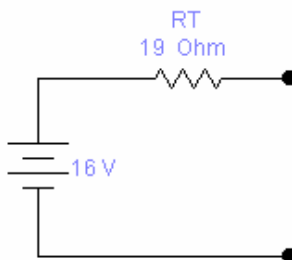


$$R_T = (R_1 // R_2) + R_3$$

$$R_T = \frac{80 \times 20}{80 + 20} + 3$$

$$R_T = 19\Omega$$

Luego el circuito equivalente es:



Ejemplo 3.

En el circuito de la figura 5, hallar el equivalente Thévenin del circuito ubicado a la derecha. La ecuación de las corrientes en el nodo A, es:

$$I + 10 = 6 + I_1$$

$$I_1 = 10 - 6 + I$$

$$I_1 = 4 + I$$

de la línea punteada y calcular el voltaje V_o .

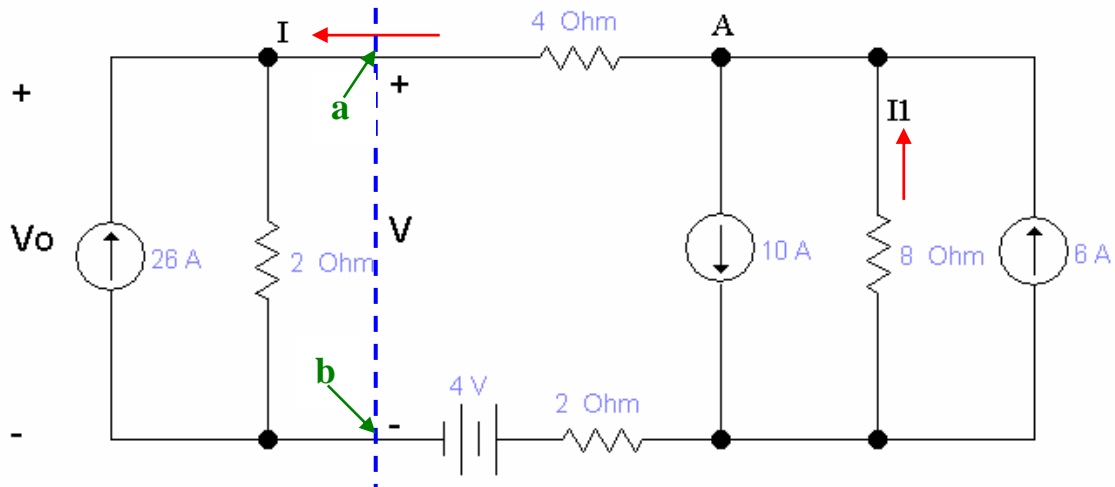


Figura 5. Circuito para el ejemplo 3

Realizando la malla (LVK) del circuito indicado a la derecha de la línea punteada, se obtiene:

$$V = -4I - 8I_1 - 2I + 4$$

$$V = -6I - 8(4 + I) + 4$$

$$V = -14I - 28$$

La ecuación para el voltaje Thévenin es $V = V_T - R_T I$, luego al comparar la ecuación obtenida anteriormente, se deduce que:

$$V_T = -28V$$

$$R_T = 14\Omega$$

El circuito es:

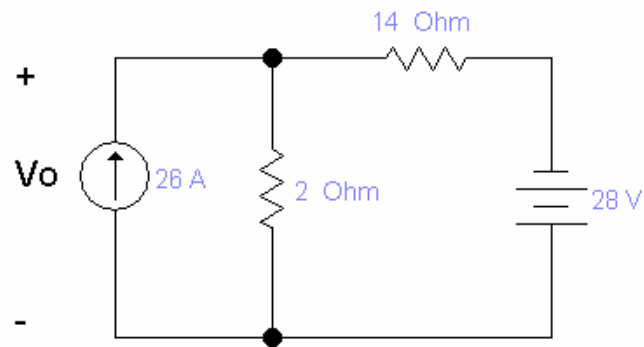


Figura 6

Como se requiere calcular el voltaje V_o , conviene transformar la fuente de 28 voltios y la resistencia en serie de 14Ω , en su equivalente Norton, para que todos los elementos queden en paralelo lo que facilita el cálculo del mencionado voltaje.

$$I_N = \frac{V_T}{R_T} \quad \text{y} \quad R_N = R_T$$

$$I_N = \frac{-28V}{14\Omega} = -2A$$

$$R_N = 14\Omega$$

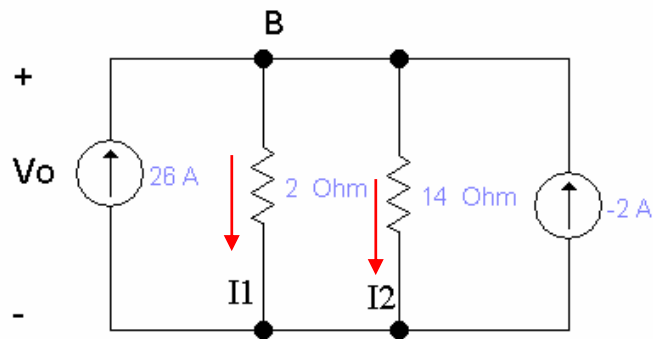


Figura 7.

En el nodo B, se deduce la siguiente ecuación:

$$26 - 2 = I_1 + I_2$$

$$24 = \frac{V_o}{2} + \frac{V_o}{14}$$

$$\frac{7V_o + V_o}{14} = 24$$

$$8V_o = 336$$

$$V_o = 42V$$

Si en el circuito de la figura 7, se opta por transformar la fuente de corriente de 26^a y la resistencia de 2Ω por su equivalente Thévenin, se obtiene el circuito.

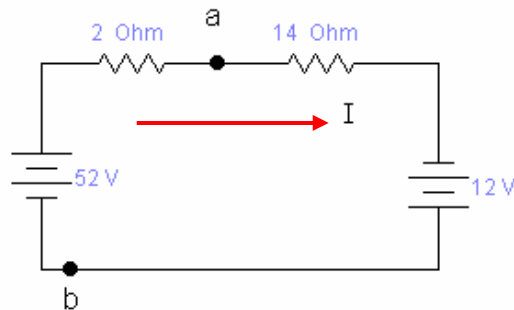


Figura 8.

$$I = \frac{80V}{16\Omega} = 5A$$

El voltaje en la resistencia de 2Ω es, luego entre los puntos a y b $V_{ab} = 52 - 10 = 42V$.

Cuando el circuito posee fuentes dependientes, la presencia de este tipo de fuentes impide obtener directamente la resistencia equivalente R_T a partir de la simple reducción del circuito usando reglas para resistores serie y paralelo.

Un procedimiento es:

- Determinar el voltaje de circuito abierto
- Determinar la corriente de corto circuito I_{CC} , cuando las terminales a y b están conectadas por un corto circuito.

Ejemplo 4.

En el circuito de la figura 9, determinar la corriente I y el circuito equivalente entre los puntos a y b .

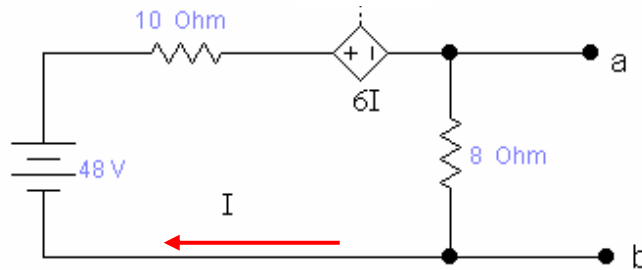


Figura 9. Circuito para el ejemplo 4

- Voltaje de circuito abierto V_{ab}

Realizando la malla se obtiene:

$$48 = 10I + 6I + 8I$$

$$24I = 48$$

$$I = 2A$$

Luego el voltaje de circuito abierto es:

$$V_{ab} = 8I$$

$$V_{ab} = 8\Omega \times 2A$$

$$V_{ab} = 16V$$

- La corriente de cortocircuito se calcula de la siguiente forma (circuito de la figura 10).

$$48 = 10I + 6I$$

$$16I = 48$$

$$I_{cc} = 3A$$

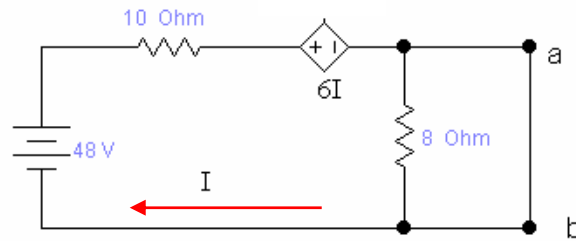


Figura 10.

La resistencia equivalente Thévenin se calcula como:

$$R_T = \frac{V_{ab}}{I_{cc}}$$

$$R_T = \frac{16V}{3A} = 5.33\Omega$$

Luego el circuito equivalente es el mostrado en la figura 11.

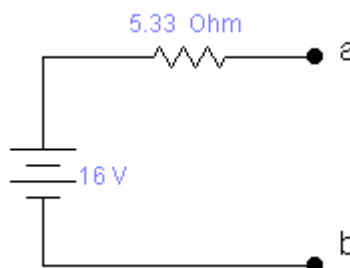


Figura 11.

3.5.2. Teorema de Norton

Un circuito resistivo, es decir que esta conformado por resistencias y fuentes de energía, con un par de terminales identificadas, se puede reemplazar por una combinación en paralelo de una fuente de corriente (I_{COC}) y una conductancia G_n .

Ejemplo 5.

En el circuito de la figura 12, hallar el equivalente Norton entre los puntos a y b.

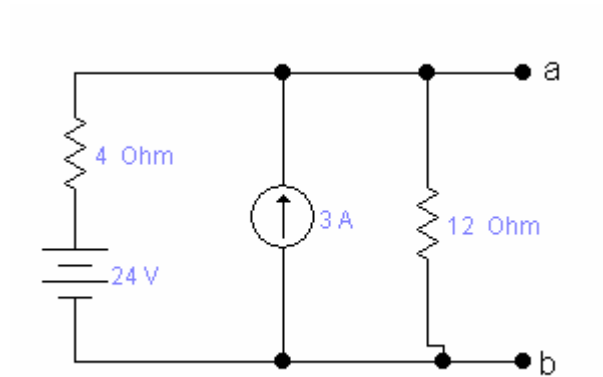
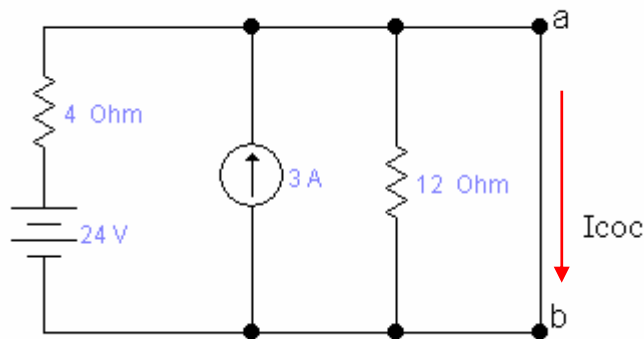


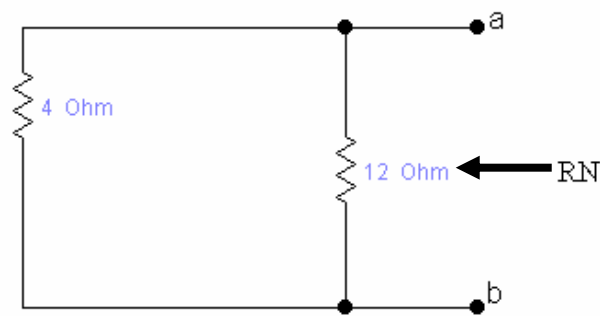
Figura 12. Circuito para el ejemplo 5



$$I_{coc} = \frac{24}{4} + 3$$

$$I_{coc} = 9A$$

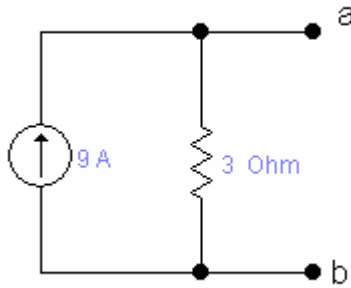
Para calcular la resistencia equivalente Norton R_N .



$$R_N = 4 // 12$$

$$R_N = \frac{4 \times 12}{4 + 12} = 3\Omega$$

Luego el circuito equivalente es:



Ejemplo 6

En el circuito de la figura 14, hallar el equivalente Norton entre los puntos a y b.

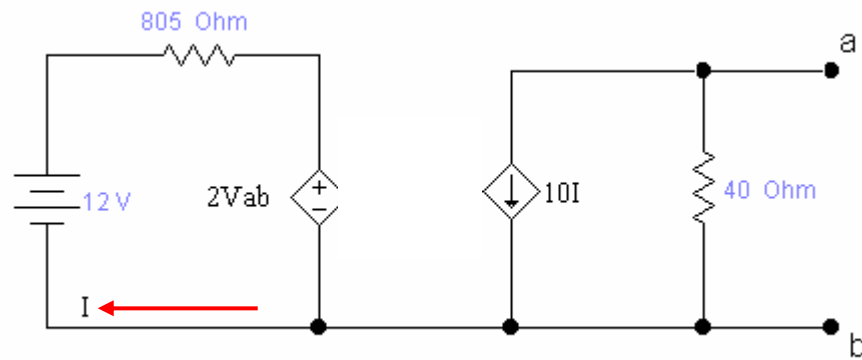
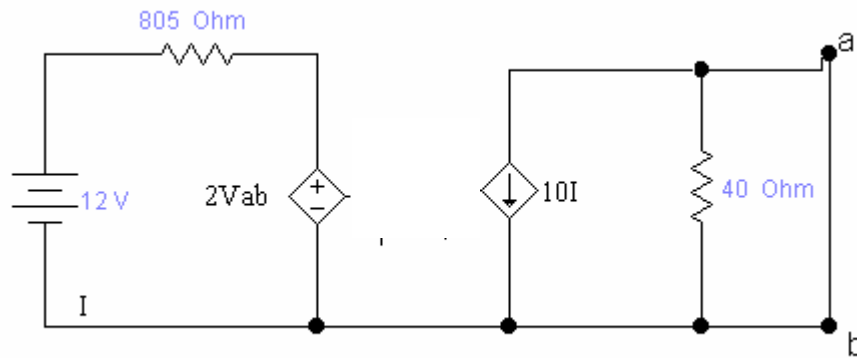


Figura 13



$$V_{ab} = 0$$

$$I = \frac{12V}{805} = 15mA$$

La corriente de cortocircuito es:

$$I_{coc} = 10I$$

$$I_{coc} = 0.15A$$

Evaluando la malla en el circuito del lado izquierdo (LVK), se obtiene:

$$12 = 805I + 2V_{ab}$$

$$V_{ab} = \frac{12 - 805I}{2}$$

$$V_{ab} = -40(10I)$$

$$V_{ab} = -400I$$

$$I = \frac{-V_{ab}}{400}$$

$$12 = 805 \left(\frac{-V_{ab}}{400} \right) + 2V_{ab}$$

$$-0.0125V_{ab} = 12$$

$$V_{ab} = -960V$$

La resistencia equivalente Norton es:

$$R_N = \frac{V_{ab}}{I_{coc}}$$

$$R_N = \frac{-960V}{0.15A} = 6.4K\Omega$$

El circuito equivalente es:

