SOLUCIÓN AL PRIMER PARCIAL

1. Calcular Vo, en el circuito de la figura 1a. En el circuito de la figura 1b, obtener la corriente I utilizando superposición.

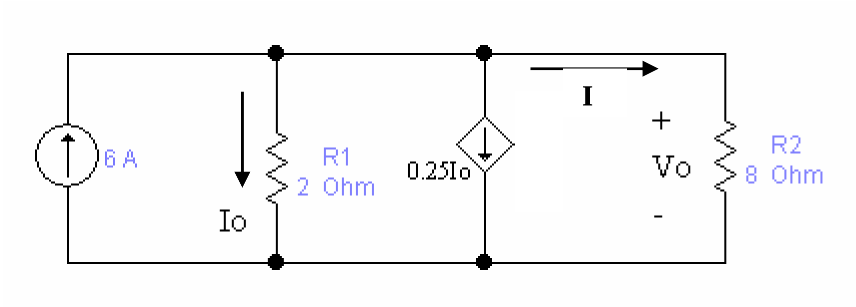


Figura 1a.

En el nodo superior del circuito, se tiene:

$$6A = Io + 0{,}25Io + I$$

$$Io + \frac{Io}{4} + I = 6$$

Del circuito se deduce que $I = \frac{Vo}{8}$ e $Io = \frac{Vo}{2}$. Esto debido a que todos los elementos se encuentran en paralelo y entonces el voltaje es igual Vo.

Reemplazando estas equivalencias en la ecuación del nodo, se obtiene:

$$Io + \frac{Io}{4} + I = 6$$

$$\frac{Vo}{2} + \frac{Vo}{8} + \frac{Vo}{8} = 6$$

$$\frac{4Vo + Vo + Vo}{8} = 6$$

$$6Vo = 48$$

$$Vo = 8V$$

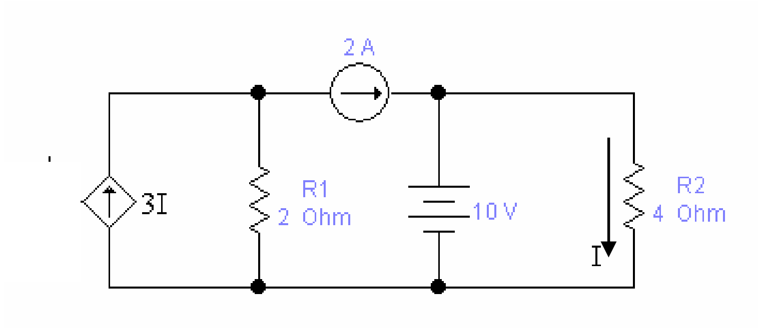


Figura 1b.

Suprimiendo la fuente de corriente de 2A, se obtiene el circuito

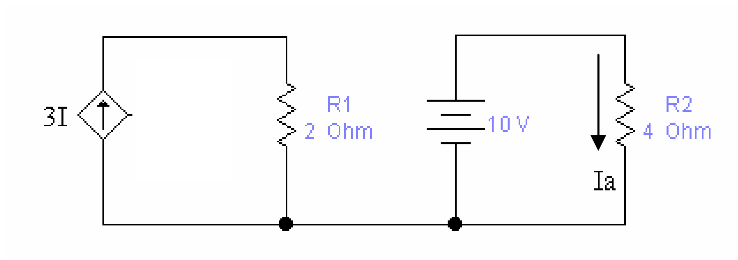


Figura 2.

$$Ia = \frac{10V}{R_2} = \frac{10V}{4\Omega} = \frac{5}{2}A$$

Suprimiendo la fuente de voltaje de 10V, se obtiene el circuito:

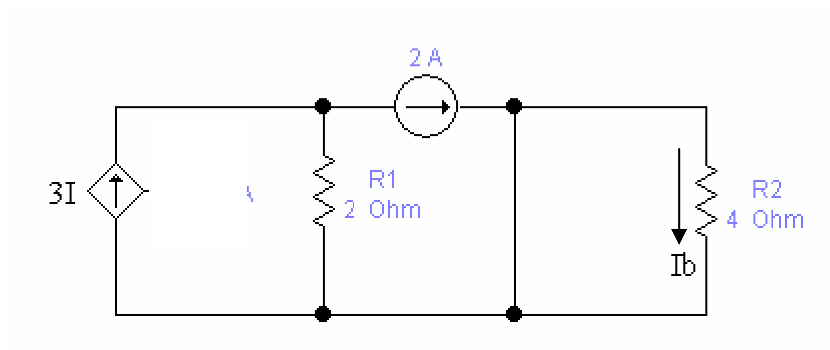


Figura 3.

$Ib = 0$

$I = Ia + Ib$

$I = \frac{5}{2}A + 0A$

$$I = \frac{5}{2}A = 2.5A$$

Punto 1a.

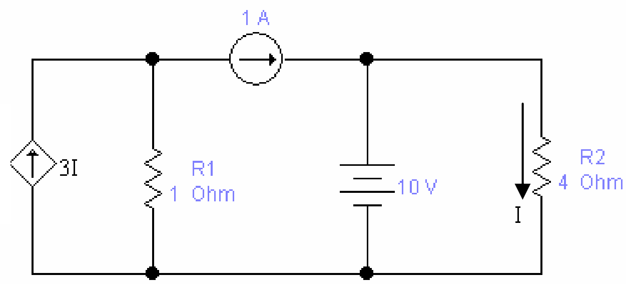


Figura 4

Suprimiendo la fuente de corriente de 1A, se obtiene el circuito

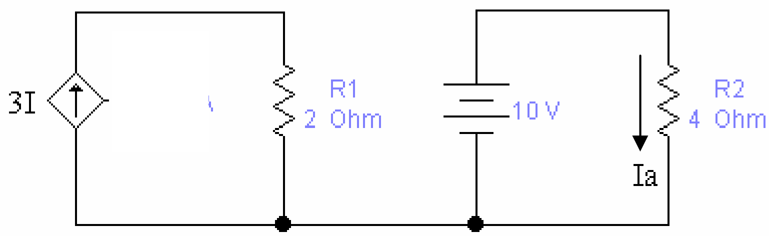


Figura 5

$$Ia = \frac{10V}{R_2} = \frac{10V}{4\Omega} = \frac{5}{2}A$$

Suprimiendo la fuente de voltaje de 10V, se obtiene el circuito:

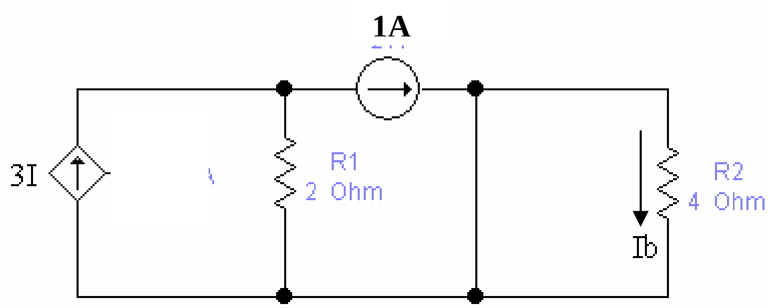


Figura 6

$Ib = 0$
$I = Ia + Ib$
$I = \frac{5}{2}A + 0A$

$$I = \frac{5}{2}A = 2.5A$$

2. En el circuito de la figura 7, calcule la corriente I y el voltaje V, usando superposición.

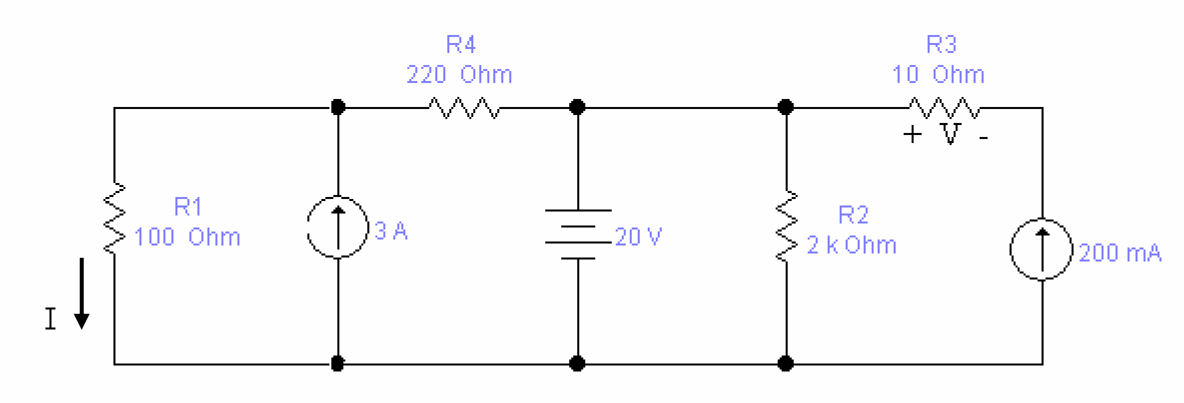
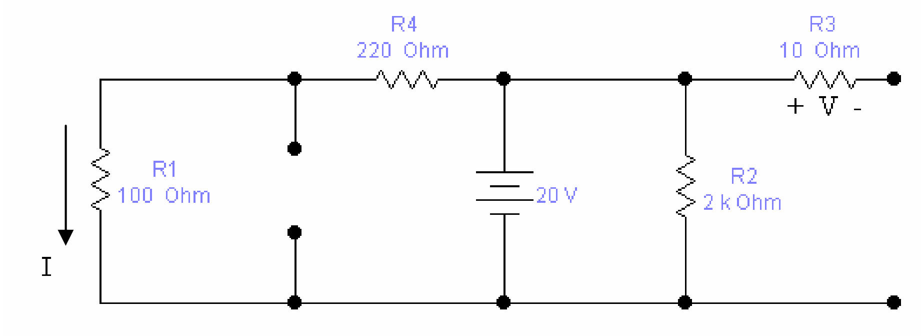


Figura 7

Anulando las fuentes de corriente de 3A y de 200mA, se obtiene el circuito:



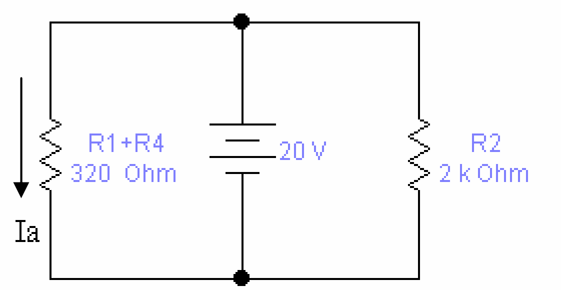
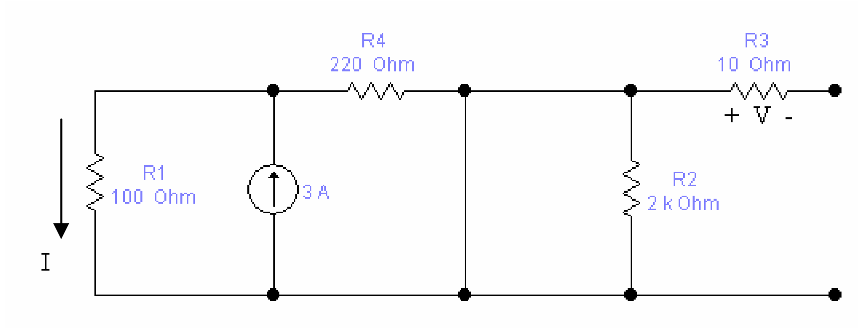


Figura 8.

$$Ia = \frac{20V}{R_1 + R_4} = \frac{20}{320\Omega} = 62.5mA$$

$$Va = 0V$$

Suprimiendo la fuente de de voltaje de 20V y la fuente de corriente de 0.2A, se obtiene el siguiente circuito:



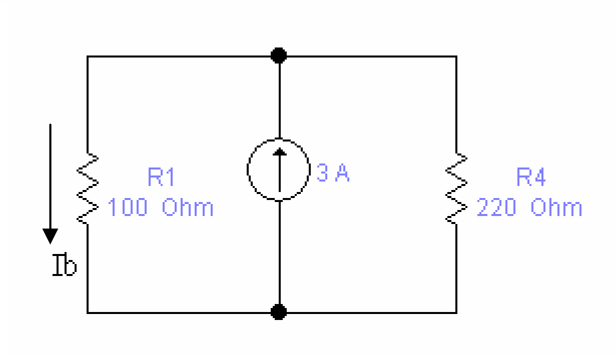


Figura 9

$$Ib = \frac{3A \times R_4}{R_1 + R_4} = \frac{3A(220\Omega)}{320\Omega} = 2.06A$$

$$Vb = 0V$$

Eliminando la fuente de voltaje de 20V y la fuente de corriente de 3A, se obtiene:

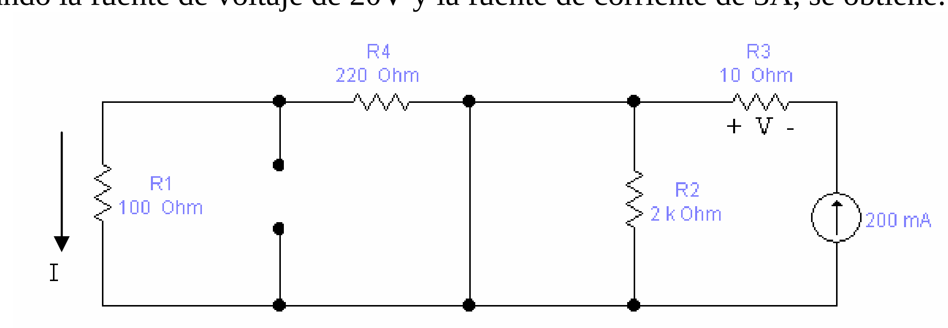


Figura 10

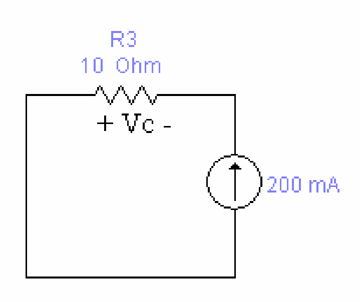


Figura 11

$$Ic = 0A$$

$$Vc = 0.2A \times 10\Omega$$
$$Vc = 2V$$

La corriente I es:
$$I = Ia + Ib + Ic$$
$$I = 62.5mA + 2.06A + 0A$$

$$I = 2.123A$$

El voltaje V es:

$$V = Va + Vb + Vc$$

$$V = 0V + 0V + 2V$$

$$V = 2V$$

3. En el circuito mostrado en la figura 12, encontrar los valores de las resistencias, corrientes y voltajes faltantes en el circuito y determinar si la caja es una fuente o una carga. Asumir que el circuito cumple con la conservación de la potencia.

En la resistencia en donde se indica la potencia, se tiene que, la potencia es:

$P = I^2R$; entonces, $R = \dfrac{P}{I^2} = \dfrac{4W}{(2A)^2} = 1\Omega$

Resolviendo la malla para la corriente I:

$$10 = 1I + 1I + 5$$

$$2I = 5 \rightarrow \quad I = \frac{5}{2} = 2.5A$$

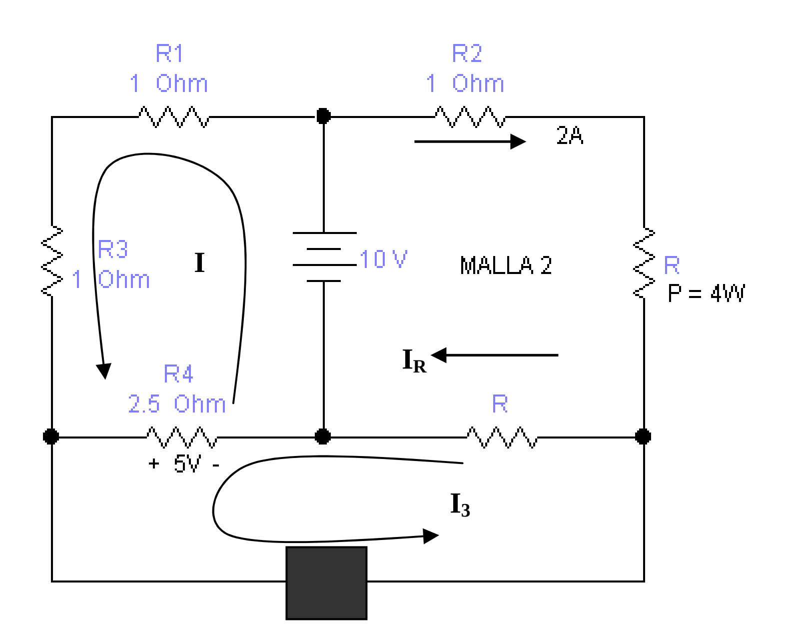


Figura 12.

La ecuación para la MALLA 2 es:

$$10 = I_2 + I_2 + R(I_2 + I_3)$$
$$2I_2 + RI_2 + RI_3 = 10$$

Del circuito se deduce que $I_2 = 2A$, luego la ecuación se puede reescribir como:

$$I_2(2+R) + RI_3 = 10$$

Con los datos que se tienen en la resistencia R_4 se puede calcular la corriente de malla I_3.

$$R_4(I_1 - I_3) = 5$$

$$2.5I_1 - 2.5I_3 = 5$$

$$I_3 = \frac{2.5I_1 - 5}{2.5}$$

$$I_3 = 0.5A$$

Este valor de I_3, lo reemplazamos en la ecuación de la MALLA 2, para hallar el valor de la resistencia R.

$$I_2(2+R)+RI_3=10$$
$$2I_2+2R+RI_3=10$$
$$R(2+I_3)=10-2I_2$$

Del circuito se deduce que $I_2=2A$, entonces:

$$R(2+0.5)=10-2(2)$$
$$2.5R=6$$
$$R=\frac{6}{2.6}\Omega$$

$$R=2.4$$

Aplicando la ley de Kirchoff para voltajes (LVK) en la malla de I_3, se obtiene:

$$-V+V_R-5=0$$
$$V=V_R-5$$
$$V=I_RR-5$$
$$V=(2+0.5)2.4\Omega-5$$

$$V=1V$$

En conclusión la caja negra en el circuito corresponde a una fuente de voltaje de un voltio con polaridad - +. $(-1V+)$. El circuito resultante es:

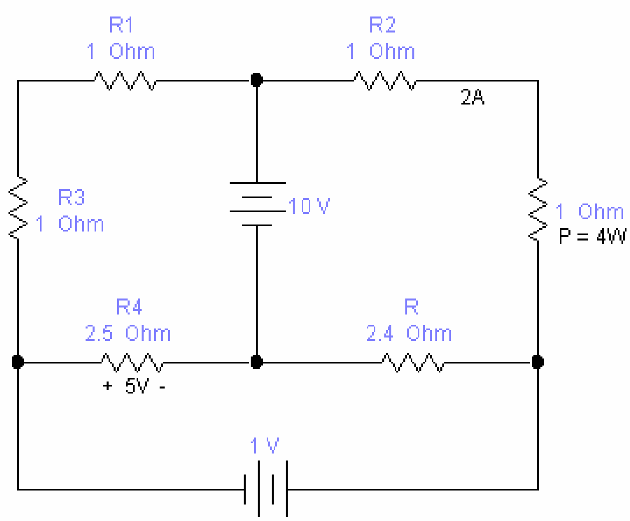


Figura 13

4. En el circuito de la figura 14, determinar la corriente I y el voltaje V, utilizando mallas para el análisis del circuito.

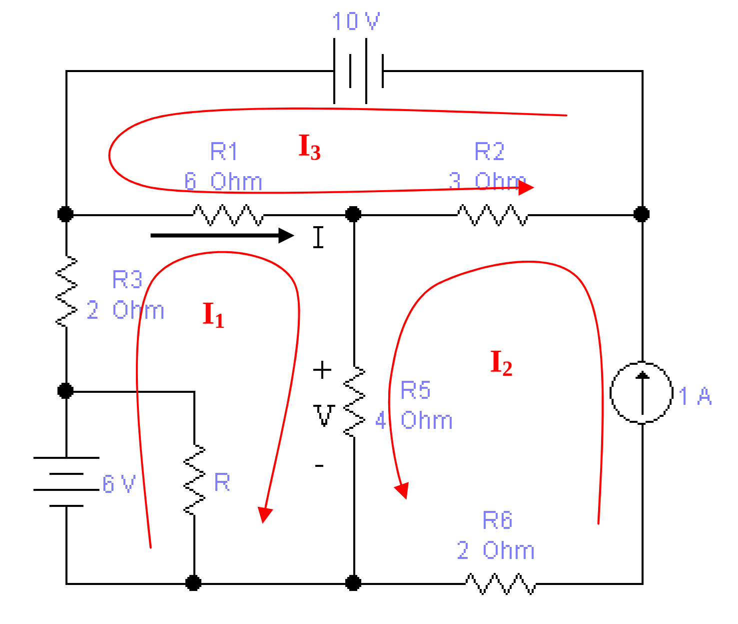


Figura 14.

Planteando las tres mallas indicadas en el circuito, se obtiene:

Malla de I_1:

$$6 = 2I_1 + 6(I_1 + I_3) + 4(I_1 + I_2)$$
$$12I_1 + 4I_2 + 6I_3 = 6$$
$$6I_1 + 2I_2 + 3I_3 = 3$$

Malla de I_3:

$$10 = 6(I_3 + I_1) + 3(I_3 - I_2)$$
$$6I_1 - 3I_2 + 9I_3 = 10$$

Del circuito se deduce que $I_2 = 1A$, reemplazando esta corriente en las ecuaciones de las mallas I_1 e I_3**,** se obtiene**:**

$$6I_1 + 2I_2 + 3I_3 = 3$$
$$6I_1 + 2(1) + 3I_3 = 3$$
$$6I_1 + 3I_3 = 1$$

$$6I_1 - 3I_2 + 9I_3 = 10$$
$$6I_1 - 3(1) + 9I_3 = 10$$
$$6I_1 + 9I_3 = 13$$

Resolviendo las dos ecuaciones resultantes

$$6I_1 + 3I_3 = 1$$
$$6I_1 + 9I_3 = 13(-1)$$

Multiplicando la segunda ecuación por -1

$$6I_1 + 3I_3 = 1$$
$$-6I_1 - 9I_3 = -13$$

Sumando las dos ecuaciones

$$-6I_3 = -12$$
$$I_3 = 2A$$

$$6I_1 + 3I_3 = 1$$
$$6I_1 + 3(2) = 1$$
$$I_1 = \frac{-5}{6} = -833.3mA$$

La corriente solicitada es:

$$I = I_1 + I_3$$
$$I = -\frac{5}{6} + 2 = \frac{12-5}{6}$$
$$I = \frac{7}{6} = 1.17A$$

Para calcular el voltaje solicitado:

$$V = 4\Omega(I_1 + I_2)$$
$$V = 4\left(\frac{-5}{6} + 1\right) = 4\left(\frac{-5+6}{6}\right)$$
$$V = \frac{2}{3} = 666.7mV$$

4a. La solución de este circuito es:

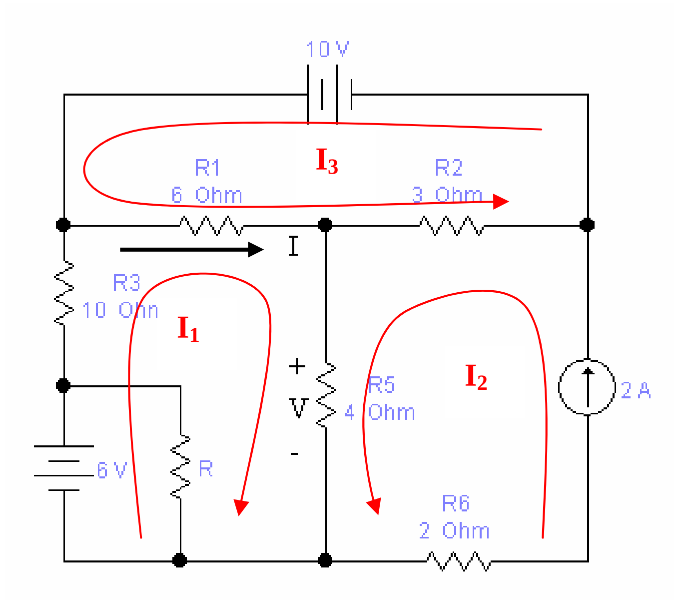


Figura 15

Malla de I_1**:**

$$6 = 10I_1 + 6(I_1 + I_3) + 4(I_1 + I_2)$$
$$20I_1 + 4I_2 + 6I_3 = 6$$
$$10I_1 + 2I_2 + 3I_3 = 3$$

Malla de I_3**:**

$$10 = 6(I_3 + I_1) + 3(I_3 - I_2)$$
$$6I_1 - 3I_2 + 9I_3 = 10$$

Del circuito se deduce que $I_2 = 2A$, reemplazando esta corriente en las ecuaciones de las mallas I_1 e I_3, se obtiene**:**

$$10I_1 + 2I_2 + 3I_3 = 3$$
$$10I_1 + 2(2) + 3I_3 = 3$$
$$10I_1 + 3I_3 = -1$$

$$6I_1 - 3I_2 + 9I_3 = 10$$
$$6I_1 - 3(2) + 9I_3 = 10$$
$$6I_1 + 9I_3 = 16$$

Resolviendo las dos ecuaciones resultantes

$$10I_1 + 3I_3 = -1$$
$$6I_1 + 9I_3 = 16$$

Multiplicando la primera ecuación por -3

$$-30I_1 - 9I_3 = 3$$
$$6I_1 + 9I_3 = 16$$

Sumando las dos ecuaciones

$$-24I_1 = 19$$

$$I_1 = \frac{-19}{24}A = -791.7mA$$

$$6I_1 + 9I_3 = 16$$
$$6\left(-\frac{19}{24}\right) + 9I_3 = 16$$
$$9I_3 = 16 + \frac{19}{4}$$
$$9I_3 = \frac{64+19}{4}$$
$$I_3 = \frac{83}{36} = 2.31A$$

La corriente solicitada es:

$$I = I_1 + I_3$$
$$I = -791.7mA + 2.31A$$
$$I = 1.52A$$

Para calcular el voltaje solicitado:

$$V = 4\Omega(I_1 + I_2)$$
$$V = 4(-791.7mA + 2) = 4(1.21A)$$
$$V = 4.84V$$

5. Repetir el problema 4, utilizando superposición.

Al anular la fuente de corriente de 2A y la fuente de voltaje de 6 voltios, se obtienen el siguiente circuito.

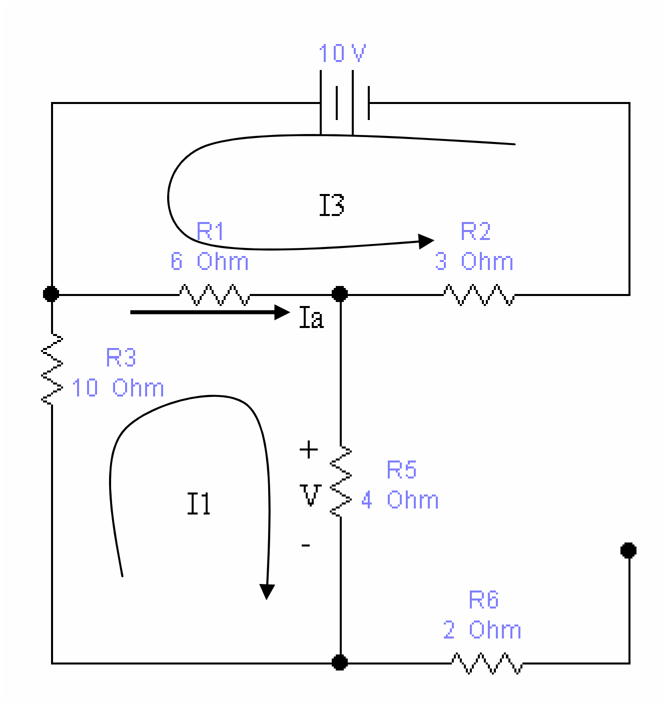


Figura 16

La malla para I_3 es:

$$10 = 6(I_3 + I)_1 + 3I_3$$
$$9I_3 + 6I_1 = 10$$

La malla para la corriente I_1 es:

$$10I_1 + 6(I_1 + I_3) + 4I_1 = 0$$
$$20I_1 + 6I_3 = 0$$

Tenemos dos ecuaciones con dos incógnitas:

$$9I_3 + 6I_1 = 10$$
$$20I_1 + 6I_3 = 0$$

Multiplicando la primera ecuación por 20 y la segunda ecuación por -6 se obtiene:

$$120I_1 + 180I_3 = 200$$
$$-120I_1 136I_3 = 0$$

Sumando las dos ecuaciones:

$$144I_3 = 200$$

De donde se deduce que $I_3 = 1.39A$

Reemplazando I_3 en una de las ecuaciones se calcula el valor de I_1

$$9I_3 + 6I_1 = 10$$

$$9(1.39) + 6I_1 = 10$$

$$I_1 = -0.42A$$

La corriente Ia que debemos hallar en este circuito es:

$$Ia = I_1 + I_3$$
$$Ia = 1.39 - 0.42$$
$$Ia = 0.97A$$

El voltaje que cae en la resistencia $R_5 = 4\Omega$, el cual también debemos calcular es:

$$Va = I_1 R_5$$
$$Va = -0.97A \times 4\Omega$$
$$Va = -1.66$$

Al anular la fuente de corriente de 2A y la fuente de voltaje de 10 voltios, se obtienen el siguiente circuito.

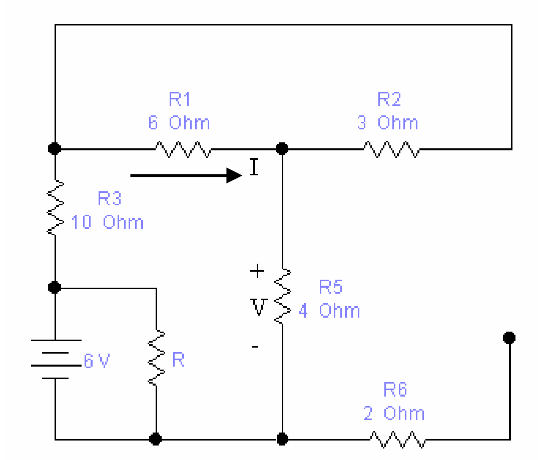


Figura 17

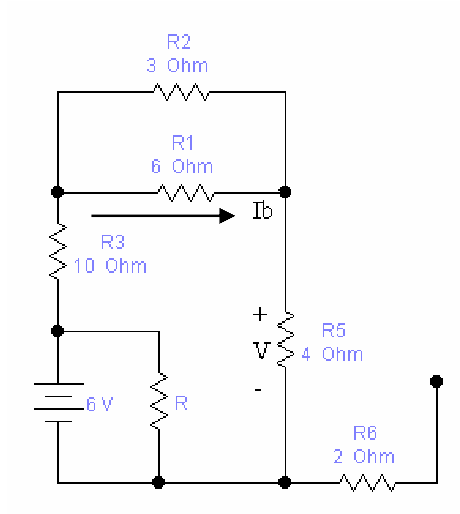


Figura 18

$$\mathrm{Re} = R_1 // R_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \frac{6\Omega \times 3\Omega}{6\Omega + 3\Omega} = 2\Omega$$

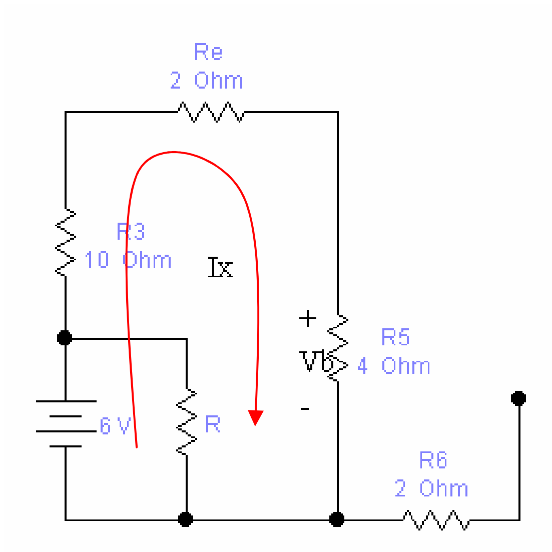


Figura 19

$$Ix = \frac{6V}{10\Omega + 2\Omega + 4\Omega} = \frac{6}{16} A = 0.38A$$

La corriente I_b a través de la resistencia $R_1 = 6\Omega$, se puede obtener aplicando divisor de corriente en el circuito de la figura 18.

$$I_b = \frac{IxR_2}{R_1 + R_2}$$

$$I_b = \frac{0.38A \times 3\Omega}{6\Omega + 3\Omega} = 0.125A$$

El voltaje que cae en la resistencia $R_5 = 4\Omega$, el cual también debemos calcular es:

$$V_b = IxR_5$$
$$V_b = 0.38A \times 4\Omega$$
$$V_b = 1.5V$$

Anulando las fuentes de voltaje, se obtiene el circuito

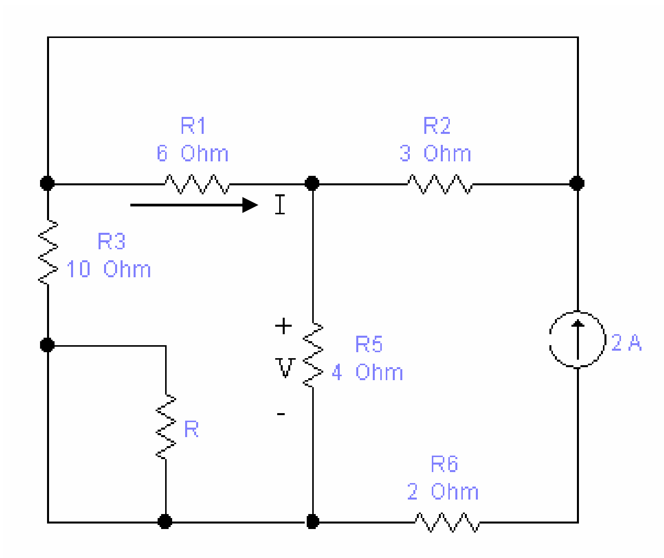


Figura 20

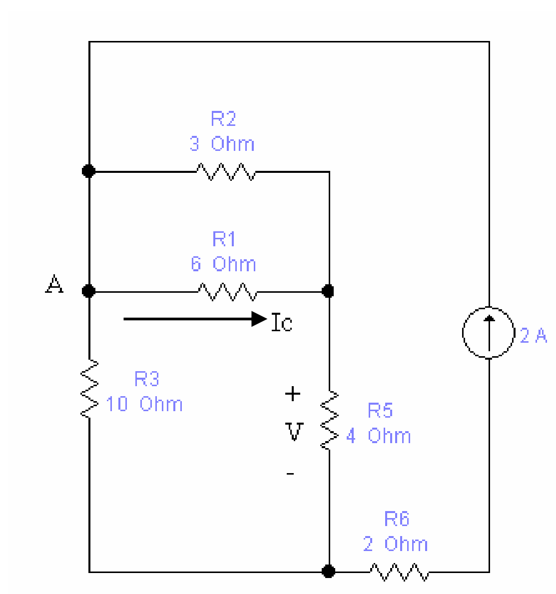


Figura 21

$$\mathrm{Re} = R_1 // R_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \frac{6\Omega \times 3\Omega}{6\Omega + 3\Omega} = 2\Omega$$

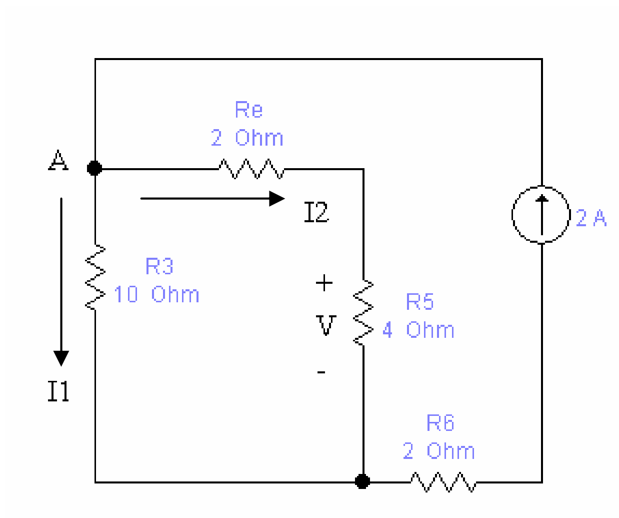


Figura 22

Aplicando divisor de corriente en el nodo A, del circuito de la figura 22.

$$I_1 = \frac{2A(\mathrm{Re} + R_5)}{\mathrm{Re} + R_5 + R_3}$$

$$I_1 = \frac{2A \times 6\Omega}{2\Omega + 4\Omega + 10\Omega} = \frac{12}{16} A = 0.75A$$

$$I_2 = \frac{2AR_3}{\mathrm{Re} + R_5 + R_3}$$

$$I_2 = \frac{2A \times 10\Omega}{2\Omega + 4\Omega + 10\Omega} = \frac{20}{16} A = 1.25A$$

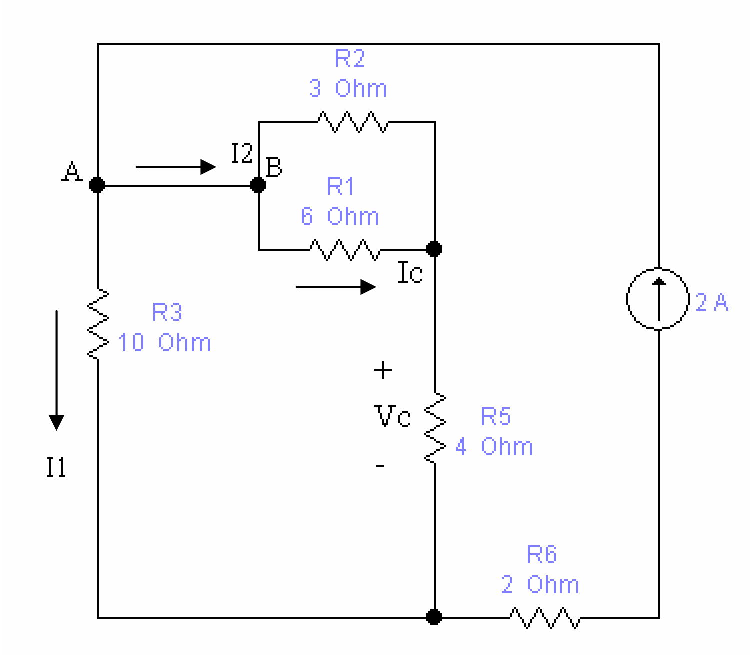


Figura 23

Aplicando divisor de corriente en el nodo B del circuito de la figura 23, se calcula la corriente a través de la resistencia $R_1 = 6\Omega$.

$$Ic = \frac{I_2 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$Ic = \frac{1.25A \times 3\Omega}{9\Omega} = 0.416A$$

El voltaje que cae en la resistencia $R_5 = 4\Omega$, es:

$$Vc = I_2 R_5$$
$$Vc = 1.25A \times 4\Omega$$
$$Vc = 5V$$

Sumando cada componente calculado por superposición, se obtienen las variables I y V solicitados.

$$I = Ia + Ib + Ic$$

$$I = 0.972 + 0.125 + 0.416$$
$$I = 1.52A$$

$$V = Va + Vb + Vc$$
$$V = -1.66 + 1.5 + 5$$
$$V = 4.84$$

6. En el circuito mostrado en la Figura 24, calcular Vo y V_4.

En el nodo Vo:

$$Io + 4 = I_1$$

$$\frac{Vo}{R_2} + 4 = \frac{V_4 - Vo}{R_1}$$
$$\frac{Vo}{R_2} + 4 = \frac{V_4}{R_1} - \frac{Vo}{R_1}$$
$$\frac{Vo}{R_2} + \frac{Vo}{R_1} - \frac{V_4}{R_1} = -4$$

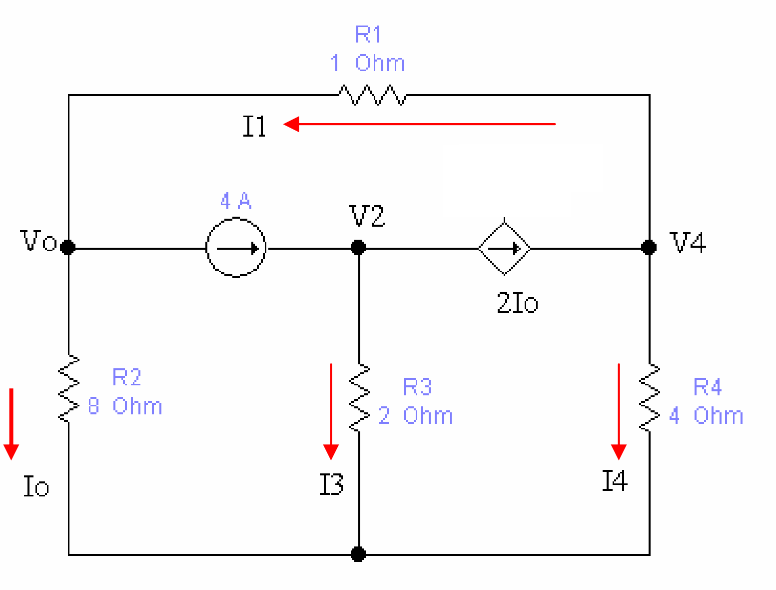


Figura 24

$$Vo\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1}\right) - \frac{V_4}{R_1} = -4$$
$$Vo\left(\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}\right) - \frac{V_4}{R_1} = -4$$
$$Vo\left(\frac{1+8}{1\times 8}\right) - \frac{V_4}{1} = -4$$

$$V_4 - \frac{9}{8}Vo = 4$$

$$8V_4 - 9Vo = 4$$

En el nodo V2:

$$4 = I_3 + 2Io$$
$$4 = \frac{V_2}{2} + 2\left(\frac{Vo}{8}\right)$$
$$\frac{V_2}{2} + \frac{Vo}{4} = 4$$

$$2V_2 + Vo = 16$$

En el nodo V4:

$$2Io = I_1 + I_4$$

$$2Io = \frac{V_4 - Vo}{R_1} + \frac{V_4}{R_4}$$
$$2Io = \frac{V_4 - Vo}{1} + \frac{V_4}{4}$$
$$2Io = V_4 - Vo + \frac{V_4}{4}$$
$$V_4\left(1 + \frac{1}{4}\right) - Vo = 2\left(\frac{Vo}{8}\right)$$
$$\frac{5V_4}{4} - \frac{5Vo}{4} = 0$$
$$\frac{5}{4}(V_4 - Vo) = 0$$

$$V_4 = Vo$$

Reemplazando este último resultado en la ecuación del nodo Vo, se obtiene:

$$8V_4 - 9Vo = 4$$

$8Vo - 9Vo = 4$

$$Vo = -32$$

Reemplazando los voltajes ya calculados en la ecuación del V2, se obtiene:

$$2V_2 + Vo = 16$$

$2V_2 - 32 = 16$

$$V_2 = 24$$

Para calcular la corriente Io, se reemplaza en:

$Io = \frac{Vo}{R_2} = \frac{-32}{8} = -4A$

$$Io = -4A$$