

Overeenkomsten en verschillen tussen deeltjesstrooiing en lichtstrooiing

1. Algemeen

Zowel licht- als deeltjesstrooiing kan worden beschreven door de tijdsafhankelijke differentiaalvergelijking:

$$\Delta U + k^2 U = 0 \quad (1)$$

Voor deeltjes is dit de Schrödingervergelijking, en voor lichtgolven is dit de zogenaamde golfvergelijking. Deze laatste verkrijgt men uit de Maxwellvergelijkingen en de formule van Planck, als men aanneemt dat er geen ladingen in de ruimte aanwezig zijn (zie appendix). In tabel I is weergegeven wat de symbolen in vergelijking (1) uitdrukken voor het geval van deeltjesstrooiing en van lichtstrooiing. In deze tabel zijn E en H het tijdsafhankelijke gedeelte van de elektrische-respectievelijk magnetische veldsterkte, is k het golfgetal, en is Ψ de tijdsafhankelijke golf functie. Verder stelt E de energie van de fotonen of deeltjes voor, V de potentiële energie, μ de magnetische permeabiliteit, σ de geleidbaarheid en n de brekingsindex.

Uit tabel I ziet men het volgende:

- Indien men zich realiseert dat $E = mc^2$, dan stelt $|U|^2$ zowel in de Schrödingervergelijking als in de golfvergelijking een energiedichtheid voor.
- Bij de Schrödingervergelijking kan het golfgetal k zowel reëel als zuiver imaginair zijn. In de golfvergelijking kan k zowel reëel als complex zijn. Dus bij de Schrödingervergelijking zijn de oplossingen van U goniometrische functies of e-machten, terwijl het bij de golfvergelijking goniometrische functies of functies van de vorm $\exp \beta r \sin(\alpha r + \phi)$ zijn.
- Afhankelijk van de vorm van V , is het mogelijk dat k bij de Schrödingervergelijking als functie van E verandert van imaginair naar reëel, en omgekeerd. Bij de golfvergelijking is zoiets niet mogelijk: als functie van E zal de k op één bepaalde plaats nooit veranderen van reëel naar complex.
- Indien $\sigma = 0$, dan vinden wij voor het golfgetal in de golfvergelijking en de Schrödingervergelijking respectievelijk:

$$k = nE/\hbar c \quad \text{en} \quad k = \{2m(E - V)\}^{1/2}/\hbar.$$

Voor een druppel met straal r_0 geldt voor de brekingsindex $n(r \leq r_0) > 1$ en $n(r > r_0) = 1$. Analoog hieraan is de vierkante potentiaalput met $V(r \leq r) = -V_0$ en

Tabel I

Schrödingervergelijking	Golfvergelijking
$U = \psi$	$U = H \text{ of } E$
$ U ^2 = \text{waarschijnlijkheidsdichtheid}$	$ U ^2 = \text{energiedichtheid}$
$k^2 = \frac{2m(E - V)}{\hbar^2}$	$k^2 = \left(\frac{nE}{\hbar c}\right)^2 - i\left(\frac{\mu\sigma E}{\hbar}\right)$

- $V(r > r_0) = 0$, omdat het golfgetal k als functie van r in beide gevallen hetzelfde verloop vertoont. Hierdoor is de strooiing van deeltjes aan een *hypothetische* vierkante potentiaalput strikt analoog met strooiing van licht aan een *reëel* voorkomende ronde waterdruppel. Op dezelfde manier is strooiing van licht aan luchtbelletjes in water het electromagnetisch analogon van strooiing van deeltjes aan een vierkante potentiaalberg, waarbij $E > V_0$.
- Het blijkt, dat polarisatie van licht op dezelfde wijze beschreven wordt als spin-polarisatie van (electronen)-bundels. Als de spinvector loodrecht staat op de bewegingsrichting van de deeltjes, dan is de beschrijving analoog aan lineair gepolariseerd licht. Indien de spinvector evenwijdig is met de bewegingsrichting, dan is dit analoog aan circulair gepolariseerd licht⁶. Wij zullen op de analogie tussen strooiing met gepolariseerd licht en spin-gepolariseerde electronen echter niet verder ingaan.

Tenslotte zij opgemerkt, dat wij in deze beschouwing verder semi-klassiek te werk gaan. Zowel voor deeltjesstrooiing als voor electromagnetische strooiing geldt, dat $\lambda \ll R$, waar R de afmeting van het target is. Voor zichtbaar licht geldt $\lambda \approx 5000 \text{ \AA}$ en $R \approx 1 \text{ mm}$; voor thermische deeltjesbundels geldt $\lambda \approx 0,1 \text{ \AA}$ en $R \approx 10 \text{ \AA}$.

2. Semi-klassieke strooiingstheorie-golftheorie van licht

In het navolgende zullen wij de strooiingstheorie semi-klassiek beschrijven. Dit wil zeggen, dat wij enerzijds de banen van de deeltjes klassiek berekenen en anderzijds de deeltjes als golven beschouwen en er dus rekening mee

* FOM-Instituut voor Atoom- en Molecuulfysica, Kruislaan 407, Amsterdam/Wgm.

Overeenkomsten en verschillen tussen deeltjesstrooiing en lichtstrooiing

houden dat er interferentie mogelijk is tussen gedeelten van de golf die verschillende wegen volgen, en daardoor een relatieve faseverschuiving hebben gekregen⁷. Het verschil tussen de klassieke en semi-klassieke benadering is hetzelfde als het verschil tussen de geometrische en golfoptica.

In de eerste plaats beschouwen wij in figuur 1 een strooiings-experiment. Deeltjes of fotonen die op een afstand tussen b en $b + db$ met de hoofdas invallen en zich dus bevinden in een ringoppervlak $|2\pi b db|$ worden afgebogen over een hoek tussen θ en $\theta + d\theta$. De grootte b heet de *botsingsparameter*, het verband tussen de afbuighoek θ en de botsingsparameter b de *afbuigfunctie*.

Het aantal deeltjes of fotonen dat de detector per seconde bereikt $J(\theta)$, is evenredig met de grootte van het ringoppervlak $|2\pi b db|$, waardoor zij zijn binnengevallen, en omgekeerd evenredig met de grootte van de ruimtehoek $d\Omega$ waarover ze verstrooid worden.

In figuur 2 ziet men, dat voor de ruimtehoek $d\Omega$ voor hoeken tussen θ en $\theta + d\theta$ geldt

$$d\Omega = 2\pi \sin \theta d\theta \quad (2)$$

Dus geldt voor het detectorsignaal $J(\theta)$

$$J(\theta) \propto \left| \frac{2\pi b db}{2\pi \sin \theta d\theta} \right| = \left| \frac{b}{\sin \theta} \frac{db}{d\theta} \right| \equiv \sigma(\theta) \quad (3)$$

De grootte $\sigma(\theta)$ heeft de dimensie van een oppervlakte en wordt de *differentiële botsingsdoorsnede* genoemd. Het detectorsignaal $J(\theta)$ hangt behalve van deze doorsnede alleen nog af van uitwendige factoren, namelijk het aantal botsingen dat per seconde plaatsvindt en van de ruimtehoek $d\omega$ die de detector beslaat.

Het aantal botsingen is evenredig met het aantal projectielen dat per seconde de botsingsruimte doorkruist, J_1 , de dichtheid n_2 van de deeltjes waarop gestrooid wordt en de lengte l van het gebied waar de botsingen plaats kunnen vinden. Er geldt nu:

$$J(\theta) = \sigma(\theta) J_1 n_2 l d\omega \quad (4)$$

In het navolgende zullen wij in plaats van $J(\theta)$ de grootte $\sigma(\theta)$ beschouwen, aangezien deze de intensiteit $J(\theta)$ van de gestrooide bundel over de hoek θ voorstelt, als voor J_1, n_2, l en $d\omega$ de eenheid gekozen is.

Bij het beschouwen van formule 3 moet men er rekening mee houden, dat het mogelijk is dat meerdere b 's aanleiding geven tot strooiing over een hoek θ . Men dient in dit geval deze verschillende bijdragen voor $\sigma(\theta)$ bij elkaar op te tellen.

Dus geldt

$$\sigma(\theta) = \sum_i \left| \frac{b_i}{\sin \theta} \left(\frac{db}{d\theta} \right)_{b_i} \right| \quad (5)$$

In de semiklassieke benadering moeten wij hierbij de interferentie tussen deze bijdragen in rekening brengen.

Indien wij tenslotte de rechtdoorlopende bundel beschouwen, zal deze verzwakt zijn doordat er deeltjes verstrooid zijn over hoeken ongelijk nul. Er geldt nu dus

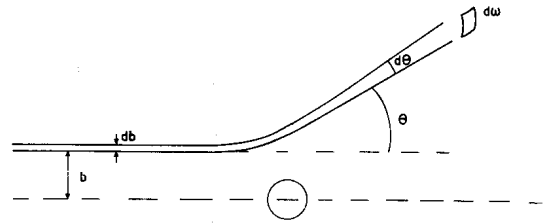
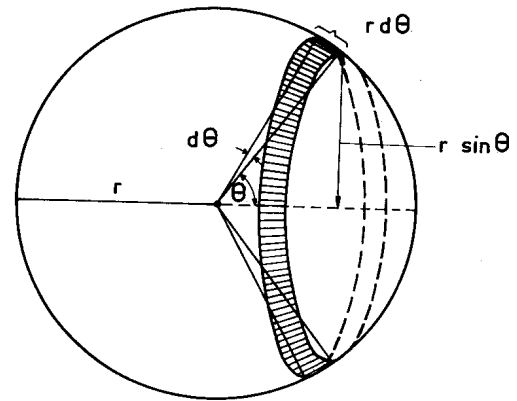


Fig. 1. Schematisch diagram van een strooiingsexperiment. Deeltjes of fotonen die het strooicentrum naderen op een afstand van de hoofdas tussen b en $b + db$ worden verstrooid onder een hoek tussen θ en $\theta + d\theta$, en tenslotte gemeten door een detector die een ruimtehoek $d\omega$ beslaat.



Area of ring is $2\pi r \sin \theta \cdot r d\theta = r^2 d\Omega$

Solid angle $d\Omega = 2\pi \sin \theta d\theta$

Fig. 2. De ruimtehoek voor verstrooiing tussen θ en $\theta + d\theta$.

$$J_{\text{doorlopend}} = J_1 (1 - nl \int_{\omega} \sigma(\theta) d\omega) \quad (6)$$

De factor $\int_{\omega} \sigma(\theta) d\omega = Q$ heet de totale botsingsdoorsnede, en kan worden voorgesteld als de schaduw die geworpen wordt door de deeltjes waarop wordt gestrooid.

3. Kransen om de zon en bij atomaire strooiing

Zoals gezegd zullen wij de deeltjesstrooiing semiklassiek behandelen, dat wil zeggen dat wij uitgaan van de afbuigfunctie, maar rekening houden met interferenties indien twee 'stralen' (d.w.z. partiële golven) onder dezelfde hoek verstrooid worden.⁷

Het eerste verschijnsel dat wij zullen behandelen, wat zowel bij lichtstrooming als bij deeltjesstrooming optreedt, is het ontstaan van buigingsringen. Optisch kan men deze ringen eenvoudig waarnemen als de zon of de maan door een wolk schijnt die uit waterdruppeltjes bestaat van gelijke grootte, of als een lichtbron door een beslagen ruit schijnt. Men ziet dan concentrische ringen rond de lichtbron verschijnen met een straal van enkele graden. Deze buigingsringen worden *kransen* genoemd (zie figuur 3).

De verklaring van dit verschijnsel is als volgt. Voor een golf, die een druppel op de rand treft, waar dus de brekingsindex scherp varieert, geldt het beginsel van Huygens zodat er buiging zal optreden. In figuur 4 ziet men dit uitgebeeld. Indien het verschil in weglengte d juist een geheel aantal malen de golflengte λ van het licht is, zullen de afgebogen golven elkaar versterken. Indien de golven in de afgebogen stralen in tegenfase zijn, zullen zij elkaar verzwakken. Men verwacht dus minima en maxima in de differentiële doorsnede als functie van de hoek, hetgeen zich uit in het verschijnen van de concentrische buigingsringen. Omdat zonlicht niet monochromatisch is, zijn de kransen rond de zon en de maan gekleurd. Indien men een natriumlamp door een beslagen ruit bestudeert, ziet men wel duidelijk gescheiden ringen.

Als de potentiaal tussen twee deeltjes in een bepaald gebied scherp varieert treedt, omdat voor deeltjesgolven eveneens het principe van Huygens geldt, hetzelfde effect op bij deeltjesstrooming. Dit doet zich onder andere voor bij het systeem $K + I_2$. Hier zijn deze buigingsringen inderdaad gemeten (zie figuur 5).

Bij een éénparig verlopende potentiaal kunnen theoretisch ook buigingsverschijnselen optreden. Hier worden de minima en maxima echter veroorzaakt door interferentie tussen de centraal botsende deeltjesgolven en de deeltjes met een zeer grote botsingsparameter¹⁰. De 'spleet' die deze buiging veroorzaakt is dus de helft van de spleet in het hierbovengenoemde geval.

De elastische strooming van deeltjes en van licht is in alle gevallen zeer sterk voorwaarts gepiekt. Dit maximum, dat wordt veroorzaakt door licht- en materiegolven met een grote botsingsparameter b is zo sterk, dat het alle andere effecten die onder kleine hoeken optreden, volledig overheerst. Wel is dit zogenaamde diffractiemaximum eindig, in tegenstelling tot wat men klassiek bij deeltjesstrooming zou verwachten (zie figuur 6). Hierdoor is ook de totale botsingsdoorsnede eindig. Men zou dit kunnen opvatten alsof de potentiaal tussen twee deeltjes een eindige dracht b_0 heeft, zodat deeltjes die een botsingsparameter $b > b_0$ hebben totaal niet door het andere deeltje beïnvloed worden.

4. Regenbogen, halo's en bijzonnen

Indien wij de afbuigfunctie van deeltjes nader beschouwen, dan zien wij dat deze een minimum kan vertonen. In figuur 7 ziet men dit gedemonstreerd. Straal 1 en 2 gaan alleen door het attractieve gedeelte van de potentiaal en worden dus naar

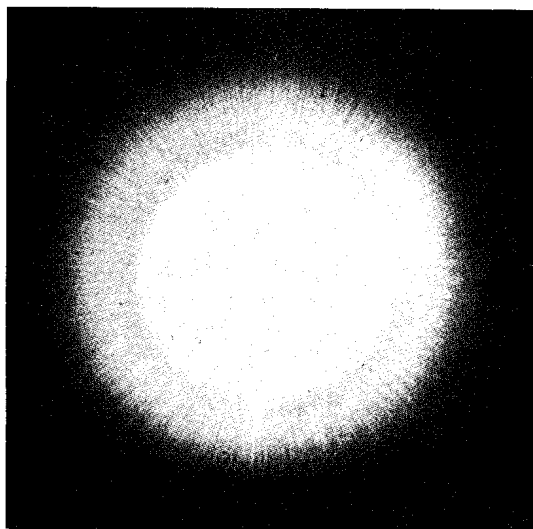


Fig. 3. Foto van een optische krans rond een kunstmatige lichtbron⁵.

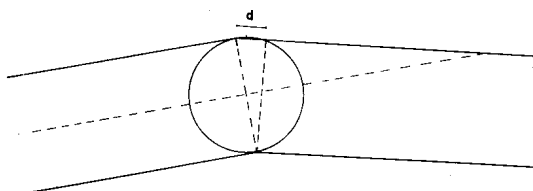


Fig. 4. Bij lichtstrooming aan kleine deeltjes treden buigings-effecten op.

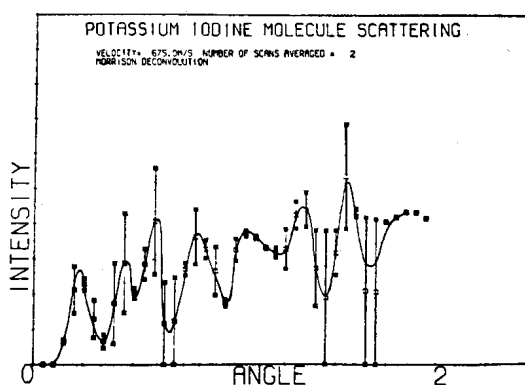


Fig. 5. Deeltjeskrans bij strooming van K op I_2 ⁹.

beneden afgebogen. Omdat straal 2 een kleinere botsingsparameter heeft als straal 1, zal deze dieper in de potentiaal

doordringen en dus sterker afgebogen worden. De afbuiging van straal 2 is bovendien maximaal, omdat straal 3 zover in de potentiaal doordringt dat het reeds de invloed van het repulsieve deel hiervan bemerkt. Straal 4 wordt eerst door de potentiaal aangetrokken, vervolgens weer afgestoten en tenslotte weer aangetrokken, zodat hij juist rechtdoor gaat. Straal 5 en 6 worden hoofdzakelijk beïnvloed door het repulsieve deel van de potentiaal, zodat zij naar boven worden afgebogen. Als een deel centraal zou botsen, dus als $b = 0$, dan wordt het in dezelfde richting teruggestrooid waar het vandaan kwam.

In figuur 7 is de afbuiging naar beneden voor straal 2 maximaal. De afbuighoek die hierbij hoort noemen wij de *regenbooghoek*. Uit hoofdstuk 2 weten wij, dat de differentiële doorsnede gelijk is aan

$$\sigma(\theta) = \sum_i \left| \frac{b}{\sin \theta} \left(\frac{db}{d\theta} \right)_{b_i} \right| \quad (5)$$

Aangezien voor de regenbooghoek $d\theta/db = 0$, moet de klassieke botsingsdoorsnede voor strooming onder deze hoek oneindig zijn. In figuur 8 ziet men dit voorgesteld; bij de regenbooghoek θ_r zijn er zeer veel b 's die zorgen voor verstrooming onder een hoek-intervalletje $d\theta$, bij de andere hoeken is dit niet het geval.

Door de cilindrsymmetrie van figuur 7 zal strooming onder een hoek θ of $-\theta$ ononderscheidbaar zijn voor de detector. Voor strooming onder hoeken, kleiner dan de regenbooghoek zullen er dus drie bijdragen zijn, voor hoeken hierboven zal er slechts één zijn, waardoor de doorsnede voor deze strooming kleiner zal zijn.

In de optica treedt regenboogstrooming op bij lichtstralen die een ronde druppel treffen en na een inwendige reflectie ondergaan te hebben de druppel weer verlaten.

Door de samenwerking van reflectie en refractie krijgt men ook hier een maximaal afgebogen lichtstraal. Aangezien men hier, evenals bij de kranen, niet met monochromatisch licht te doen heeft, zal dit maximum door de golflengte-afhankelijkheid van de brekingsindex enigszins verschuiven als functie van de golflengte. Hierdoor kan men verwachten dat op bepaalde afstand van de zon een heldere gekleurde band aan de hemel verschijnt, als de zon op een wolk regendruppels schijnt. Deze band is de bekende (*hoofd*)regenboog.

Ook bij licht dat na tweevoudige interne reflectie de druppel verlaat is er een maximaal afgebogen lichtstraal. Deze geeft aanleiding tot de vorming van een tweede regenboog, die door de tweevoudige reflectie zwakker is dan de hoofdregenboog. Dit is de zogenaamde *nevenregenboog*, die zich op enkele graden buiten de hoofdregenboog vormt (zie figuur 9). Omdat het licht hier een keer rond is gegaan, zijn de kleuren tegengesteld aan die van de eerste (*hoofd*)regenboog. In figuur 10 ziet men de afbuigfunctie getekend van een regendruppel bij één en twee interne reflecties.

Men ziet, dat er geen licht gestroomd wordt onder hoeken die tussen de twee regenbooghoeken inliggen. Hierdoor is het tussen de regenbogen donkerder dan binnen de hoofdregenboog en buiten de neven regenboog. Figuur 11 is een foto van

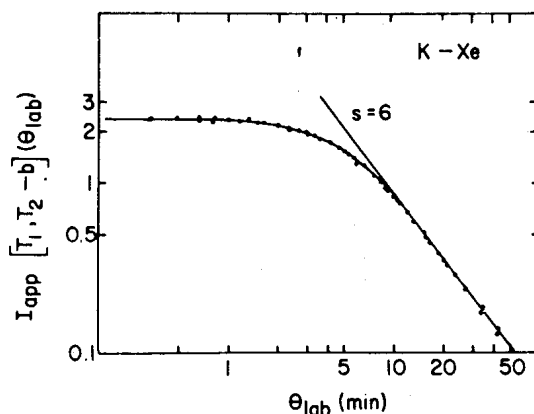


Fig. 6. Het diffractiemaximum bij deeltjesstrooming is eindig¹¹.

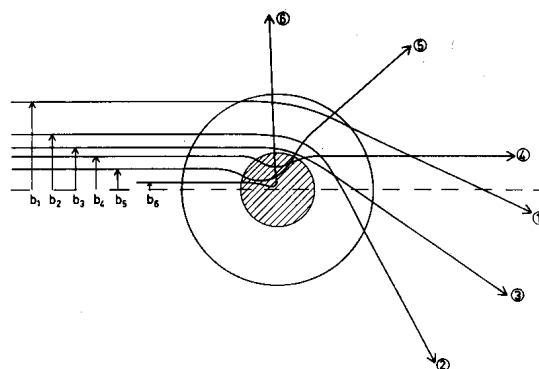


Fig. 7. Verstrooming van twee deeltjes op elkaar. Het repulsieve deel van de potentiaal is gearceerd.

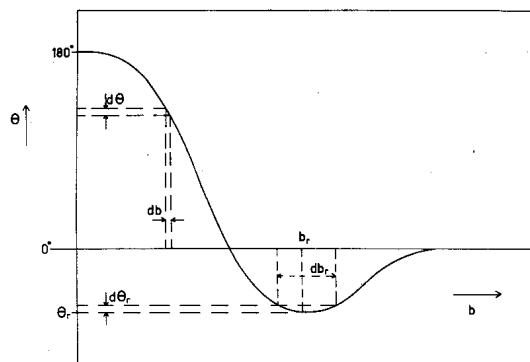


Fig. 8. De afbuigfunctie voor deeltjesstrooming. Hierin ziet men dat voor strooming onder een intervalletje $d\theta$ rond de regenbooghoek θ_r een groot aantal botsingsparameters verantwoordelijk is.

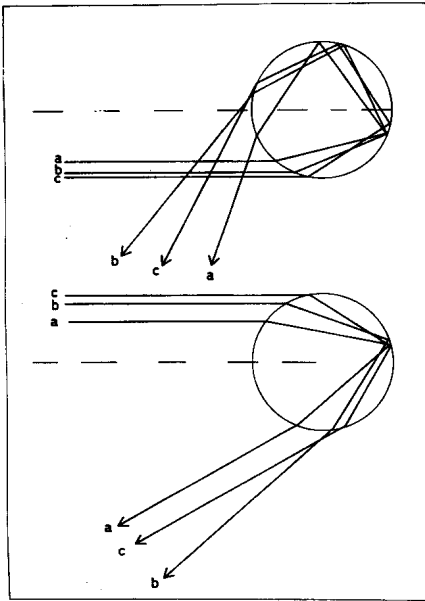


Fig. 9. Zowel bij éénvoudige als bij tweevoudige interne reflectie van licht aan een regendruppel is er een straal *b*, die maximaal afgebogen wordt.

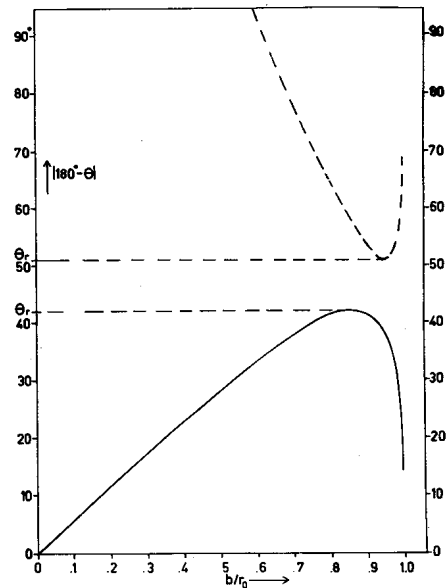


Fig. 10. De afbuigfunctie voor licht op een regendruppel. De getrokken lijn is voor lichtstralen die één interne reflectie hebben ondergaan, de onderbroken lijn voor twee interne reflecties. r_0 is de straal van de druppel.

de hoofdregenboog, die zich op 138° van de zon bevindt. In de optica vormt de breking aan ijskristallen een tweede analogon van regenboogstrooiing. De afbuighoek van het licht hangt hier af van de oriëntatie α van het kristal en is minimaal als de weg van de lichtstraal parallel is met het grondvlak (zie figuur 12).

De α bij lichtstrooiing op ijskristallen is dus blijkbaar analoog aan de botsingsparameter b bij deeltjesstrooiing en bij lichtstrooiing op waterdruppels, zodat de afbuigfunctie in dit geval het verband tussen de oriëntatie α van het kristal en de afbuighoek θ zal zijn. In figuur 13 is de afbuigfunctie voor ijskristallen met een brekende hoek van 60° weergegeven. Het feit, dat deze functie een minimum vertoont zal aanleiding geven tot regenboogstrooiing onder deze hoek. Als de ijskristallen willekeurig georiënteerd zijn ontstaan er dus heldere kringen rond de zon. Deze verschijnselen worden *halo's* genoemd. Voor ijskristallen met een brekende hoek van 60° ontstaat de halo op 22° van de zon, bij een brekende hoek van 90° ontstaat de halo op 46° van de zon. Bij strooiing van licht aan aluinkristallen in water ontstaan er halo's met een straal van 10° en 20° door breking aan hoeken van 70° en 110° ^{12,13}. In figuur 14 ziet men een foto van de halo van 22° , die ook wel de Kleine Kring genoemd wordt.

In het voorgaande hebben wij interferenties buiten beschouwing gelaten. Het is echter mogelijk dat stralen die langs verschillende wegen langs dezelfde hoek verstrooid worden gaan interfereren, omdat zij een ander gedeelte van de potentiaal hebben doorlopen en dus een verschillende faseverschuiving hebben gekregen. Hierdoor zal de differentiële doorsnede maxima en minima gaan vertonen.



Fig. 11. Foto van de hoofdregenboog. Binnen de boog is het helderder dan daarbuiten.

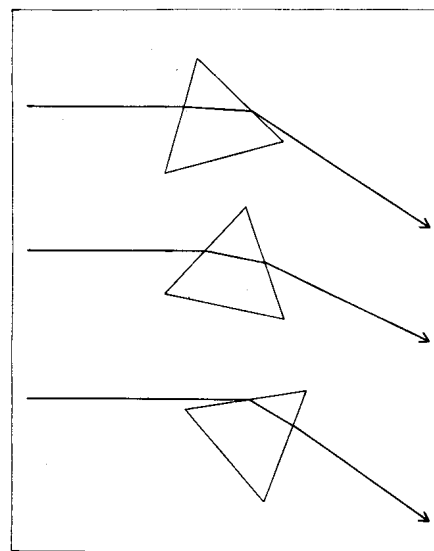


Fig. 12. Bij breking van licht aan ijskristallen is de strooihoek afhankelijk van de oriëntatie van het kristal. De strooihoek is minimaal als dat lichtweg in het kristal symmetrisch is.

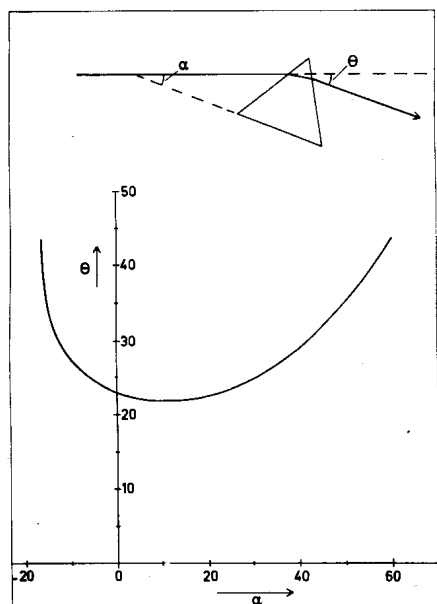


Fig. 13. De afbuigfunctie van een ijskristal met een brekende hoek van 60° .

In figuur 15 ziet men deze verschillende wegen uitgebeeld voor de deeltjesregenboog en in figuur 16 voor de lichtregenboog. Men ziet dat er in de deeltjesregenboog drie stralen zijn die met elkaar kunnen interfereren. Interferentie van de stralen met botsingsparameter b_1 en b_2 zorgen voor een langperiodieke fluctuatie, waarvan de maxima *overtallige bogen* genoemd worden. De straal met botsingsparameter b_3 zorgt voor een kortperiodieke fluctuatie, die op de langperiodieke variatie gesuperponeerd is. Bovendien wordt door deze interferenties de differentiële doorsnede voor strooiing onder de regenbooghoek eindig. In figuur 17 ziet men de regenboogstrooiing van Natrium op Kwik. Het grootste maximum is de hoofdregenboog, de andere maxima de *overtallige bogen*. Hierop gesuperponeerd ziet men de kortperiodieke fluctuatie. In waterdruppels interfereren er twee golven met elkaar* (zie figuur 16). Ook hier ziet men, dat de differentiële doorsnede eindig wordt en ziet men secundaire bogen verschijnen binnen de boog.

Deze *overtallige* regenbogen, die informatie geven over de afmeting en de brekingsindex van de druppel, dient men niet te verwarren met de *nevenregenbogen*, die ontstaat door twee interne reflecties. Ook ziet men soms *overtallige nevenregenbogen*, maar deze zijn door hun zwakte slechts zelden zichtbaar. In figuur 18 is weergegeven hoe al deze bogen zich tegen de hemel aftekenen.

Bij de halo's tenslotte, treedt er *geen* interferentie op. Hiervoor zouden de lichtstralen namelijk bij twee verschillende oriëntaties α van het kristal moeten interfereren. Omdat één kristal natuurlijk slechts één oriëntatie kan bezitten, is dit

* Indien de brekingsindex $\sqrt{2} < n < 2$, dan snijdt de afbuigfunctie de x-as en zijn er ook hier drie stralen die kunnen interfereren.

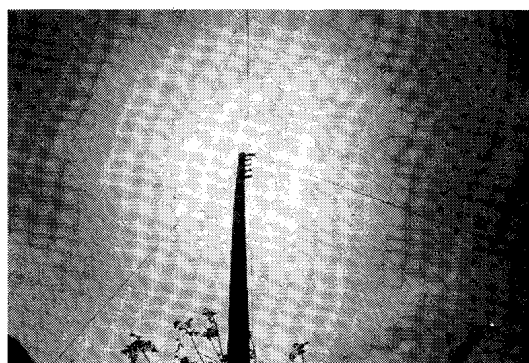


Fig. 14. De halo van 22° , die ontstaat door regenboogstrooiing aan kristallen met een brekende hoek van 60° .

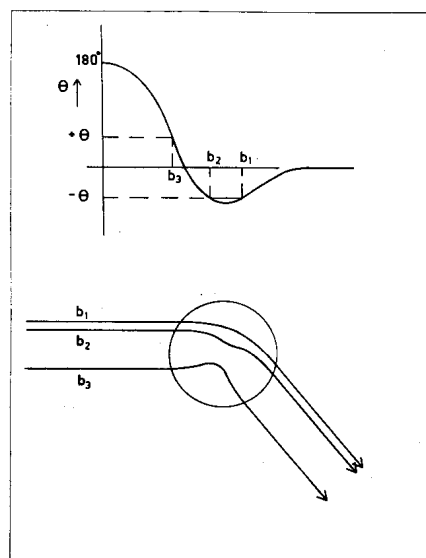


Fig. 15. Bij deeltjesstrooiing zijn er drie verschillende stralen met botsingsparameter b_1 , b_2 en b_3 die verstrooiing onder dezelfde hoek geven. Interferentie tussen deze stralen geeft aanleiding tot fluctuaties in de differentiële doorsnede.

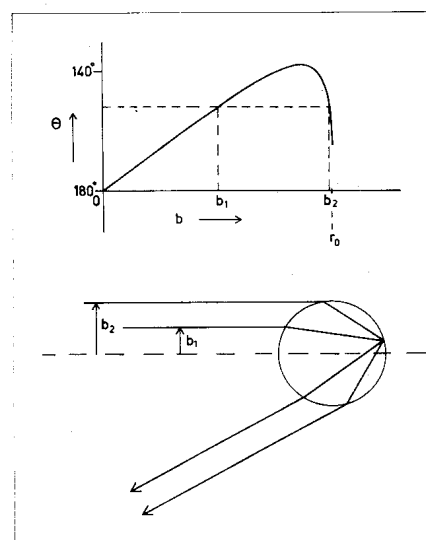


Fig. 16. Bij lichtstrooiing zijn er twee stralen die verstrooiing onder dezelfde hoek geven. Door interferentie tussen deze stralen ontstaan fluctuaties in de differentiële doorsnede.

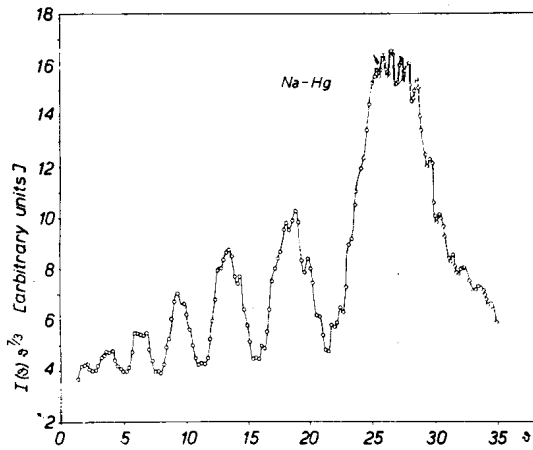


Fig. 17. De deeltjesregenboog van Na op Hg. De hoofdregenboog en zes overtallige bogen zijn zichtbaar. Hierop gesuperponeerd ziet men de kortperiodieke fluctuaties¹⁴.

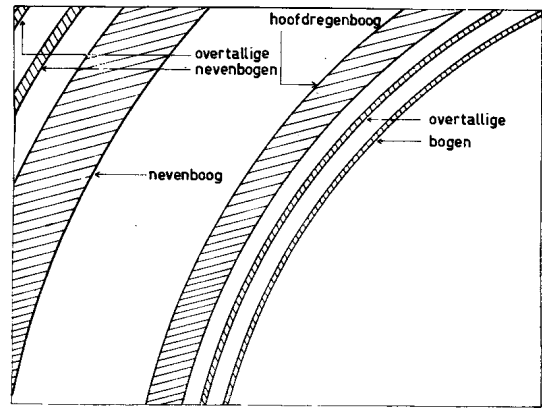


Fig. 18. De hoofdregenboog met de overtallige bogen en de nevenregenboog met de overtallige nevenbogen, zoals zij aan de hemel verschijnen.

niet mogelijk. Dus terwijl de regenboog met de overtallige bogen het strikte analogon is van de *kwantummechanische* regenboogstrooiing, is de halo het strikte analogon van de *klassieke* regenboogstrooiing*. Doordat de differentiële doorsnede bij een regenboog maxima en minima vertoont, zal het maximum van de ene kleur kunnen samenvallen met het minimum van de andere kleur. Bij de halo verloopt de doorsnede monotoon, waardoor er bij het groen en blauw nog een aanzienlijke bijdrage van het rood en geel is. Hierdoor is de 22° halo veel minder kleurrijk dan de regenboog. Bij de 46° halo, die ontstaat door breking aan ijskristallen van 90°, neemt de differentiële doorsnede twee keer zo snel af als functie van de hoek als bij de 22° halo. Bovendien is de afstand tussen de regenbooghoeken voor de verschillende kleuren een factor drie groter. Hierdoor treedt er weinig menging op tussen de kleuren, zodat deze halovormen toch buitengewoon kleurrijk zijn.

Tenslotte zij opgemerkt dat de regenboogstrooiing aan verticaal georiënteerde ijskristallen met een brekende hoek van 60° aanleiding geeft tot de vorming van heldere gekleurde vlekken aan de hemel, op dezelfde hoogte als de zon. Dit zijn de zogenaamde bijzonnen (zie figuur 19a).

Mogelijk bestaat van dergelijke haloverschijnselen een analogon in de deeltjesstrooiing, indien men de regenboogstrooiing bestudeert van asymmetrische moleculen, die door een elektrisch veld gericht worden.

* Secundaire halo's kunnen optreden door buiging van het licht aan het kristal. Dit staat echter los van de regenboogstrooiing.

Het vervolg van dit artikel zal verschijnen in het N. T. v. N. no. 17 d.d. 9 november 1972.

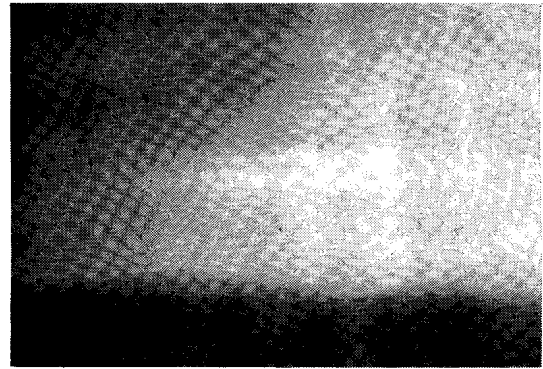


Fig. 19a. Bijzon van 22°. Deze ontstaat door regenboogstrooiing aan verticaal georiënteerde ijskristallen met een brekende hoek van 60°.



Fig. 19b. De bijzon en de benedenbijzon zijn twee voorbeelden van regenboogstrooiing aan georiënteerde ijskristallen met een brekende hoek van 60°.

Overeenkomsten en verschillen tussen deeltjesstrooiing en lichtstrooiing

5. Glories, heiligenschijn en oppositielicht

Bij strooiing onder 0° of 180° (de voorwaartse, respectievelijk achterwaartse strooiing), ziet men dat de differentiële doorsnede eveneens oneindig wordt wegens

$$\sigma(\Theta) = \sum_i \left| \frac{b}{\sin \Theta} \left(\frac{db}{d\Theta} \right)_{b_i} \right| \quad (5)$$

De oorzaak hiervan is zuiver geometrisch. In figuur 20 ziet men, dat deeltjes die onder een kleine hoek verstrooid worden, in een veel kleiner cirkeltje geconcentreerd worden dan deeltjes die onder een grote hoek verstrooid worden. Dus door de cylindersymmetrie komt de strooiing onder kleine hoeken op een kleinere ruimtehoek terecht. Daarom kan men onder kleine hoeken en rond 180° een grotere stralingsintensiteit verwachten. Bij deeltjesstrooiing zal men ook hier, doordat men onder kleine hoeken altijd twee wegen heeft om de strooiing te krijgen, interferenties verwachten in de differentiële doorsnede (zie figuur 21).

Deze interferenties hebben verwantschap met de kortperiodieke fluctuaties bij de regenboogstrooiing.

Het gloriemaximum in voorwaartse richting is echter niet waarneembaar omdat het wordt overheerst door het veel intensere diffractiemaximum. De achterwaartse glorie is daarentegen in principe wel waarneembaar. Ook dit maximum zal een interferentiestructuur moeten bezitten. In figuur 22 is uitgebeeld welke banen de teruggestrooide deeltjes beschrijven.

Voorwaartse glories zijn bij inelastische strooiing wel waarneembaar, als de gestrooide producten verschillen van de oorspronkelijke deeltjes. In figuur 23 is hier een voorbeeld van gegeven.

Hier is Cs op RbCl gestrooid. Deze deeltjes vormen een complex, RbClCs, dat na korte tijd uiteenvalt in CsCl en Rb. De hoek die de reactie producten maken met de oorspronkelijke relatieve snelheidsvector is willekeurig. Door het glorie-effect ontstaat er onder 0 en 180° een intensiteitsmaximum. In het optische geval gaat het voorwaartse gloriemaximum evenals bij de elastische deeltjesstrooiing verloren in het diffractiemaximum (hier de krans, zie paragraaf 3), zodat ook hier alleen de achterwaartse glorie waarneembaar kan zijn. Indien de afbuigfunctie de b -as snijdt is dit inderdaad mogelijk. Een voorwaarde hiervoor is, dat de brekingsindex groter dan $\sqrt{2}$ is (zie figuur 24).

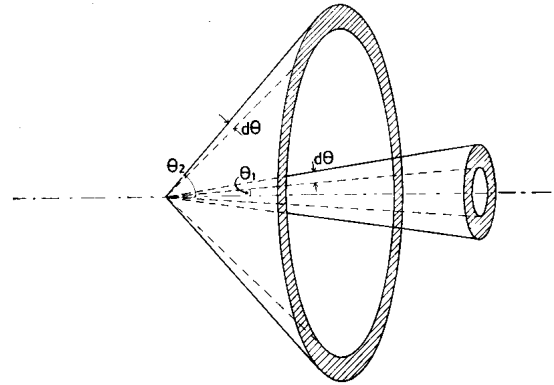


Fig. 20. De vorming van het gloriemaximum. Deeltjes die onder een kleine hoek verstrooid worden komen op een klein ringetje terecht. Hierdoor zal de intensiteit van de deeltjes onder kleine hoeken het grootst zijn.

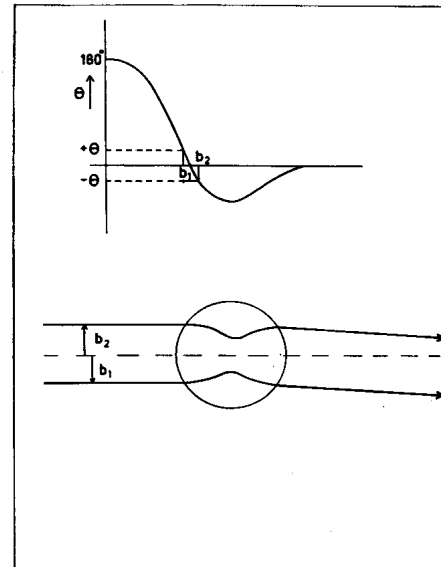


Fig. 21. Het ontstaan van glorie-interferenties in de differentiële doorsnede.

Voor water is de brekingsindex 1,33, zodat de afbuigfunctie niet door nul gaat. Indien de druppeltjes echter zeer klein zijn, maken het optreden van oppervlaktegolven het mogelijk dat het licht toch teruggestrooid wordt (zie figuur 26a).^{16,17}

* FOM-Instituut voor Atoom- en Molecuulfysico, Kruislaan 407, Amsterdam/Wgm.

Overeenkomsten en verschillen tussen deeltjesstrooiing en lichtstrooiing

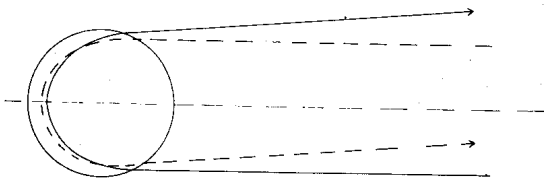


Fig. 22. Het ontstaan van de achterwaartse glorie en de glorie-interferenties bij deeltjesstrooiing.

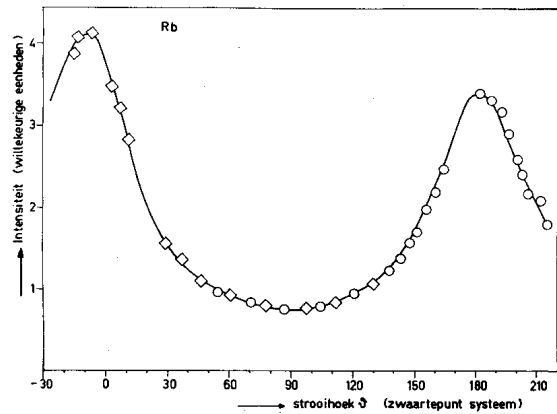


Fig. 23. De voorwaartse en achterwaartse glorie bij reactieve strooiing van Cs op RbCl. Onder 0° en 180° in het zwaartepunt-systeem ontstaat een intensiteitsmaximum (berekend uit lit. 15, fig. 5).

Indien men zijn schaduw op een mistbank ziet, zijn de glorie-interferenties zichtbaar als een serie gekleurde ringen, die rond het hoofd verschijnen. Ook kan men dan waarnemen dat het tegenpunt van de zon een intensiteitsmaximum vertoont (zie figuur 25).

Ook bij gedeformeerde druppels, zoals die tussen grassprietjes te vinden zijn, kan de gloriestraal optreden (zie figuur 26b). Men kan dat eenvoudig waarnemen door juist naast de eigen schaduw te kijken, die op nat gras valt. Natuurlijk is hier geen sprake van een regelmatig kleurenpatroon, omdat zowel de oriëntatie als de vorm voor iedere druppel verschillend kan zijn.

Het oppositielicht (gegenschein), een zeer zwakke vlek aan de hemel, recht tegenover de zon, is een voorbeeld van klassieke glorie-verstrooiing. Zij ontstaat door terugstrooiing van zonlicht aan interplanetaire stof. Omdat de deeltjes onregelmatig gevormd zijn, is hier eveneens geen sprake van een regelmatig interferentie patroon. Wél ziet men, omdat $\sin \Theta$ nul wordt, een relatieve toename van de helderheid in het punt juist tegenover de zon.¹⁹

De heiligenschijn, tenslotte, is een heldere lichtvlek die een waarnemer rond de schaduw van zijn eigen hoofd kan opmerken, als deze op bedauwd gras valt (zie figuur 27). Dit verschijnsel wordt door twee effecten veroorzaakt. In de eerste plaats zullen sommige druppels een brandpunt op de grasshalm werpen. Dit brandpunt fungeert als nieuwe lichtbron, zodat het licht teruggestrooid wordt. Door de lenswerking van het druppeltje en het glorie-effect is dit licht intens onder kleine hoeken.

De tweede bijdrage wordt geleverd door licht dat door sterk vervormde druppels totaal wordt teruggekaatst. In principe heeft dit licht geen voorkeursrichting. Doordat het gras dicht is wordt dit anders. De druppels, die door de waarnemer rond het tegenpunt van de zon gezien worden, zijn allen verlicht, terwijl dit in andere richtingen niet het geval zal zijn omdat sommige druppels zich in de schaduw van andere

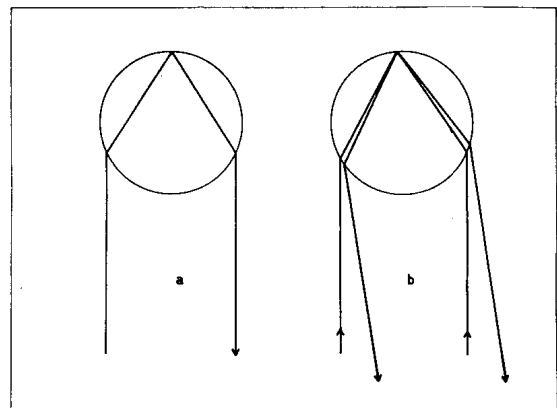


Fig. 24. Voor druppels met een brekingsindex groter dan $\sqrt{2}$ kan er een achterwaartse glorie ontstaan a. en kunnen er glorie-interferenties optreden b.



Fig. 25. Het glorie-maximum en de glorie-interferenties rond de schaduw van een waarnemer op een mistbank¹⁸.

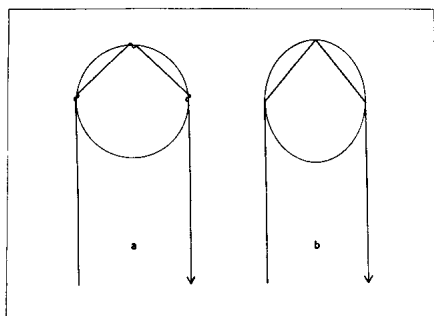


Fig. 26. Zowel bij zeer kleine a. als bij vervormde waterdruppels b. kan de achterwaartse glorie zichtbaar zijn.

grashalmen zullen bevinden. Bovendien zal het weerkaatste licht hier de waarnemer niet altijd kunnen bereiken, omdat het wordt onderschept door andere halmen. In de richting van de zon zijn de verlichte druppels echter niet afgeschermd, zodat zij het zonlicht ongehinderd terug kunnen strooien. Hierdoor vertoont het totaal weerkaatste licht toch een sterke voorkeur in achterwaartse richting. Het blijkt, dat deze bijdrage van totaal gereflecteerd licht in de heiligenschijn domineert. Hieruit kan men concluderen dat dit verschijnsel wel overeenkomsten vertoont met klassieke gloriestrooiing, doch dat dit lang niet zo treffend is als bij het oppositielicht. Wel is de uiterlijke verschijning hetzelfde als men van de klassieke glorie zou verwachten.^{20, 21, 22}

6. Geglorige schaduwen

Het feit, dat er stralen bestaan die door de samenwerking van de attractieve en repulsieve krachten een afbuighoek nul hebben (zie figuur 28), geeft aanleiding tot een tweede effect. Deze gloriestralen kunnen namelijk interfereren met de stralen die juist niet afgebogen worden, en dus een botsingsparameter b_0 hebben (zie hoofdstuk 3). Aangezien zij echter een andere potentiaal doorlopen hebben zullen deze gloriestralen een faseverschuiving vertonen ten opzichte van de rakende stralen. De diepte, waarmee de gloriestralen in de potentiaal gedrongen zijn, zal echter als functie van de energie verschillen en daarmee ook de faseverschuiving.

Door dit interferentie-effect kan men verwachten dat de totale doorsnede als functie van de energie maxima en minima zal vertonen en dus de 'schaduw' van de deeltjes zal veranderen als functie van de energie. In figuur 29 ziet men de glorierezonanties van Na op Hg.

In de natuur komt het optische analogon van gegloriede schaduwen niet voor. Het is echter mogelijk het verschijnsel zichtbaar te maken door het licht te laten vallen op twee concentrische bollen met verschillende brekingsindices. (Figuur 30). Bij juist gekozen brekingsindices, waar $n_1 > n_2 > 1$, zal men hier waarnemen dat de schaduw gekleurd is in enkele speciale kleuren, hetgeen juist die kleuren zijn waarvan de faseverschuiving ten opzichte van de rakende straal één is.



Fig. 27. Heiligenschijn².

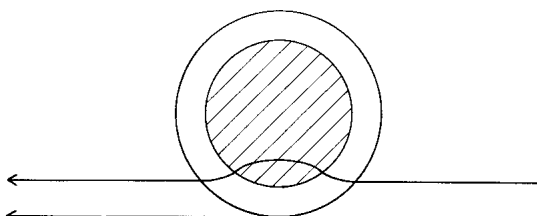


Fig. 28. De gloriestraal kan interfereren met de niet-afgebogen straal, zodat de totale doorsnede hierdoor wordt beïnvloed.

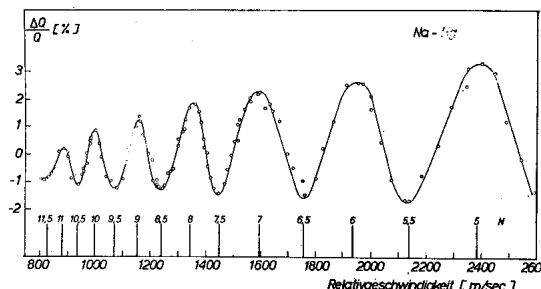


Fig. 29. Glorieresonanties van Na op Hg²³.

Een analogon van gegloriede schaduwen kan men tenslotte nog verwachten bij omladingsprocessen van gelijke deeltjes, bijvoorbeeld: $Rb^+ + Rb \rightarrow Rb + Rb^+$.

Omdat de detector niet kan onderscheiden tussen de doorgaande bundel Rb^+ en de deeltjes die zijn omgeladen in Rb^+ en vervolgens in voorwaartse richting zijn verstrooid, zullen ook deze twee bijdragen interfereren en zorgen voor extremen in de totale omladingsdoorsneden.²⁴

7. Orbiting collisions en orbiting resonances in de totale doorsnede

Als laatste paragraaf beschrijven wij twee verschijnselen waarvan het optische analogon niet bekend is.

Onder invloed van de centrifugale term is het mogelijk dat de potentiaal van twee deeltjes een maximum vertoont (zie figuur 31). Indien wij deeltjes schieten met een energie die juist boven deze potentiaalberg ligt, dan zal zo een deeltje verschillende omwentelingen kunnen maken voordat het weer verdwijnt.

Als functie van de botsingsparameter verandert echter de hoogte van de centrifugaalberg. Voor sommige botsingsparameters zal de effectieve potentiaal hoger worden dan de energie van de invallende deeltjes. In dat geval kunnen er door tunneling kwasi-gebonden toestanden ontstaan. In de potentiaalberg is het golfgetal dan veranderd van reëel naar complex. Aangezien voor het optische geval geldt dat:

$$k^2 = \{nE/\hbar c\}^2 - i\{\sigma\mu E/\hbar\} \quad (\text{zie tabel I})$$

zal het duidelijk zijn, dat hier het golfgetal niet van reëel naar complex over kan gaan als functie van E , welke keuze van σ , μ of n men ook heeft. Daarom is het optische analogon van dit verschijnsel niet mogelijk.

Tenslotte is het mogelijk, dat de deeltjes, nadat zij één of meerdere omwentelingen hebben gemaakt, juist voorwaarts gestrooid worden. Deze deeltjes zullen dan interfereren met de deeltjes die juist het deeltje raken, en zo aanleiding geven tot maxima in de totale botsingsdoorsnede, als functie van de snelheid. Deze 'orbiting resonances' ontstaan dus op analoge wijze als de glorie-resonanties, alleen is de periode hiervan korter. De afstand tussen twee maxima geeft informatie over de vorm van de potentiaal op grote afstand evenals de hierboven beschreven interferenties, die ontstaan door de orbiting collisions.

Ik dank Dr. A. E. de Vries voor zijn kritische discussies. De Koninklijke Luchtvaart Maatschappij KLM dank ik voor de gelegenheid die zij geboden hebben de bijzon en de benedenbijzon vanuit een vliegtuig te bestuderen en te fotograferen.

Dit overzicht werd samengesteld in het kader van het onderzoek van de Stichting Fundamenteel Onderzoek der Materie en werd mogelijk gemaakt door financiële bijstand van de Nederlandse Organisatie voor Zuiver-Wetenschappelijk Onderzoek.

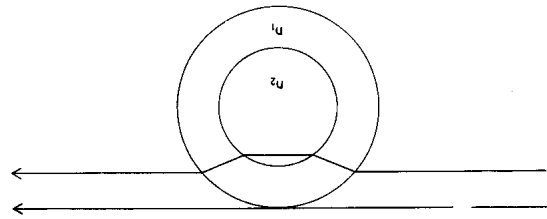


Fig. 30. Optisch analogon van de gegloriede schaduwen. Door interferentie van de rakende straal en de gloriestraal zal de schaduw gekleurd zijn in enkele speciale kleuren.

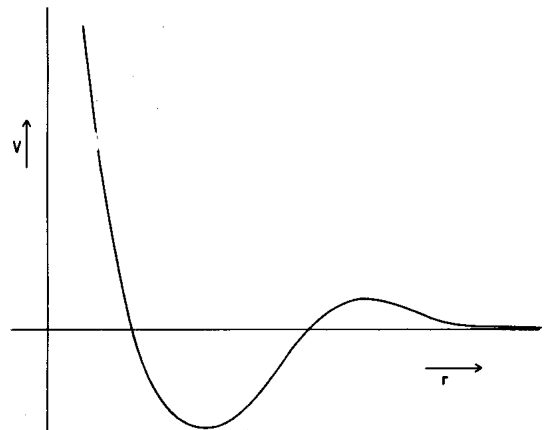


Fig. 31. De effectieve potentiaal van twee deeltjes voor een gegeven botsingsparameter. De berg ontstaat door de centrifugale term in de potentiaal.

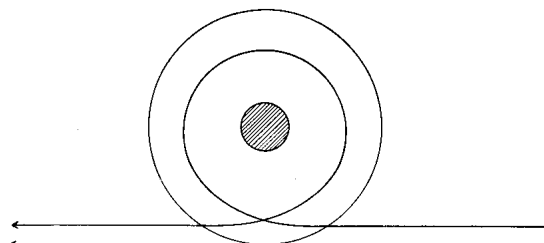


Fig. 32. Deeltjes die na een omwenteling volbracht te hebben precies voorwaarts gestrooid worden kunnen interfereren met de rakende stralen.

Literatuur

1. Analoga tussen regenbogen en glories in deeltjes en lichtstrooiing werden tevens besproken door:
Mason, E. A., R. A. Munn en F. J. Smith, Endeavor **30**, 91 (1971).
Optische verschijnselen worden besproken in de volgende vier boeken:
2. Minnaert, M., De Natuurkunde van het Vrije Veld 1, Thieme, 1968.
3. Visser, S. W., Optische Verschijnselen aan de Hemel, KNMI, Verspreide opstellen 3 (1957).
4. Humphreys, W. J., Physics of the Air, McGraw-Hill, 1940.
5. Tricker, R. A. R., Introduction of Meteorological Optics, Elsevier, 1970.
6. Tolhoek, H. A., J. Modern Phys. **28**, 277 (1956).
7. Ford, K. W., J. A. Wheeler, Ann. of Phys. **7**, 259 (1959).
8. Vries, A. E. de, F. van der Valk, Chem. Weekblad **63**, 407 (1967).
9. Fluendy, M. A. D., D. S. Horne, K. P. Lawley, A. W. Morris, Mol. Phys. **19**, 659 (1970).
10. Smith, F. J., E. A. Mason, J. T. Vanderslice, J. chem. Phys. **42**, 3257 (1965).
11. Helbing, R., H. Pauly, Z. Phys. **179**, 16 (1964).
12. Cornu, A., Comptes-Rendus Ac. Paris **108**, 429 (1889).
13. Faber, J. M., Kunstmatige Halo's, Academisch Proefschrift, Amsterdam, 1933.
14. Buck, U., H. Pauly, J. chem. Phys. **54**, 1929 (1971).
15. Miller, W. B., S. A. Safron, D. R. Herschbach, Disc. Farad. Soc. **44**, 108 (1967).
16. Hulst, H. C. van de, Light Scattering by Small Particles, Wiley 1957.
17. Hulst, H. C. van de, J. Opt. Soc. Am., **37**, 16 (1947).
18. Brandt, J. C., P.A.S.P. **80**, 26 (1968).
19. Roosen, R. G., Rev. Geophys. Spacephys. **9**, 275 (1971).
20. Macy, E., Meteorol. Zeitschrift **39**, 229 (1922).
21. Lommel, E. von, Pogg. Ann. der Phys., Jubelband, 10 (1874).
22. Richarz, F., Meteorol. Zeitschrift **30**, 501 (1913).
23. Buck, U., K. A. Köhler, H. Pauly, Z. Phys. **244**, 180 (1971).
24. Smith, F. J., Phys. Letters **20**, 271 (1966).
25. Kerker, M., The Scattering of Light and Other Electromagnetic Radiation, Academic Press, 1970.

Appendix

Afleiding Golfvergelijking²⁵

De vergelijkingen, die het electromagnetisme beschrijven, luiden

$$\text{rot } \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1)$$

$$\text{rot } \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J} \quad (2) \quad \mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (5)$$

$$\text{div } \mathbf{D} = \rho \quad (3) \quad \mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} \quad (6)$$

$$\text{div } \mathbf{B} = 0 \quad (4) \quad \mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (7)$$

\mathbf{E} en \mathbf{H} zijn de elektrische en magnetische veldsterkten, \mathbf{J} is de stroomdichtheid, ρ de ladingsdichtheid, \mathbf{B} de magnetische inductie, \mathbf{D} de di-electrische doorschuiving, σ de geleidbaarheid, ϵ de di-electrische constante, en μ de magnetische permeabiliteit. Wij stellen $\rho = 0$. Uit (2), (5) en (6) volgt:

$$\text{rot } \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J} = \epsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \sigma \mathbf{E} \quad (8)$$

$$\text{rot } \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = \epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} + \sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (9)$$

Uit (7) en (1) volgt:

$$\text{rot } \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \text{rot } \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = - \frac{1}{\mu} \text{rot rot } \mathbf{E} \quad (10)$$

Uit een stelling uit de vectorrekening en wegens $\text{div } \mathbf{D} = \epsilon \text{div } \mathbf{E} = 0$, volgt:

$$\text{rot rot } \mathbf{E} = - \text{div grad } \mathbf{E} + \text{grad div } \mathbf{E} = - \nabla^2 \mathbf{E} \quad (11)$$

Uit (9), (10) en (11) volgt:

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \mu \epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} - \mu \sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = 0 \quad (12)$$

De tijdsafhankelijke vergelijking vinden wij, door in te vullen $\mathbf{E} = U \exp\{i\omega t\}$. Dit geeft

$$\nabla^2 U + (-i\omega \mu \sigma + \omega^2 \mu \epsilon) U = 0 \quad (13)$$

Verder gelden tussen de snelheid v van de golven, de lichtsnelheid c in vacuüm, de brekingsindex n en de energie E van een golfpakket de volgende relaties:

$$v = 1/(\epsilon \mu)^{\frac{1}{2}}, \quad n = c/v, \quad E = \hbar \omega \quad (14)$$

Invullen in (13) geeft:

$$\nabla^2 U + [\{nE/\hbar c\}^2 - i\{\sigma \mu E/\hbar\}] U = 0 \quad (15)$$

Dus:

$$\nabla^2 U + k^2 U = 0 \quad \text{met } k^2 = \{nE/\hbar c\}^2 - i\{\sigma \mu E/\hbar\} \quad (16)$$

Door op dezelfde wijze uit vergelijking 1 tot 7 inplaats van \mathbf{E} , \mathbf{H} te isoleren, verkrijgt men eveneens vergelijking 16. U stelt hier dan de tijdsafhankelijke magnetische veldsterkte voor.