

Eindopdracht module Discrete Dynamische Systemen

Als eindopdracht wordt van jullie verwacht dat jullie een verslag schrijven dat een aantal opdrachten omvat. Die opdrachten zijn van het soort dat je met Coach kunt oplossen. Soms zijn wiskundig inzicht en eventueel je GR ook genoeg. Je mag het verslag met je vaste partner maken. Wanneer je besluit om dat niet te doen, geef het dan vantevoren aan. Beide leden van een tweetal krijgen hetzelfde cijfer. Wie besluit om de opdracht alleen te maken wordt geacht hetzelfde werk te doen als de tweetallen.

Belangrijk

Denk eraan om alles wat je doet toe te lichten. Probeer te vermijden dat je gegevens klakkeloos in Coach zet. Schrijf duidelijk op wat het model is dat je in Coach wilt modelleren. Maak gebruik van heldere notaties en de theorie die je in de Applets hebt geleerd en daar of in de gegeven samenvatting van het hoofdstuk uit het boek kunt terugvinden. (Wie deze niet meer heeft kan van mij een nieuw exemplaar krijgen.) Zorg dat je de opdrachten goed leest en zorg dat je de gestelde vragen daadwerkelijk beantwoordt.

Maak je verslag in de vorm van een doc- of pdf-bestand waarin je alle opdrachten beantwoordt. Indien je dit noodzakelijk vindt, mag je ook CMR-bestanden inleveren, maar bedenk dat je over het algemeen de relevante informatie ook kunt kopiëren naar je verslag. Of je een in Coach gemaakt bestand meestuurt of niet, zorg dat je duidelijk beschrijft wat je hebt gedaan met Coach en geef de belangrijkste resultaten aan de hand van een (stukje) tabel of grafiek. Aan de hand van het verslag alleen moet duidelijk zijn wat je hebt gedaan om tot je antwoord te komen. Je verslag moet een goedlopend verhaal worden waarin de verschillende opdrachten als paragrafen terugkomen. Dus niet je antwoorden opsommen met a), b) enz.

Benut de lessen NLT om vragen te stellen. Om te voorkomen dat je in de problemen komt met de toetsweek krijg je uitstel voor het inleveren tot 18 februari. Iedere dag daarna levert je een aftrek van 1 punt op.

Hoe de ijsbeer te redden

Evenwicht

Op het moment zijn er ongeveer 20.000 ijsberen in de wereld. Deze ijsberen krijgen jaarlijks gemiddeld 15 jongen per honderd dieren. Ieder jaar sterft 8% van de ijsberen door natuurlijke oorzaken. Verder sterven er jaarlijks door menselijk handelen zo'n 1600 ijsberen.

- a) Zullen de ijsberen uitsterven?
- b) Wanneer we alle andere getallen ongemoeid laten, hoeveel ijsberen moeten er dan minimaal aan het begin zijn om ze niet te laten uitsterven?
- c) Er wordt door een aantal overheden afgesproken dat er op de lange termijn een evenwicht met een constante populatie van minimaal 20.000 ijsberen moet zijn. Het blijkt mogelijk om het geboortecijfer met behulp van verschillende middelen te verhogen. Uiteraard zou het ook mogelijk zijn om het aantal ijsberen dat sterft door menselijk handelen te verminderen. Vind waarden voor deze variabelen zodat er vanaf nu precies 20.000 ijsberen blijven.

Voedsel

Ijsberen leven voornamelijk van zeehonden. Om de de ijsberen in stand te houden is dus ook een populatie zeehonden noodzakelijk. Het aantal ijsberen in Alaska wordt gegeven door I_n op tijdstip n (in maanden) en het aantal zeehonden door Z_n , met het volgende verband:

$$\begin{cases} I_n &= 0,974I_{n-1} + 0.000001I_{n-1}Z_{n-1} \\ Z_n &= 1.024Z_{n-1} - 0.00001I_{n-1}Z_{n-1} \end{cases}$$

waarbij $I_0 = 1600$ en $Z_0 = 30000$

- a) Bepaal het aantal ijsberen en het aantal zeehonden na 3 jaar.
- b) Geef een evenwichtssituatie voor dit model waarbij geen van de dieren is uitgestorven.

Ziekmakers

a) Ijsberen kunnen erg ziek worden door chemicalieën die in de zee terecht komen. In een bepaald gebied loost een chemische fabriek stoffen in het water. Eens in de week worden tonnen giftig afval geloosd. Hierdoor komt ook fluor in de zee, en wel 100 kg per lozing. De concentratie van fluor neemt door verspreiding buiten het gebied langzaam af. Zolang de totale hoeveelheid fluor in het gebied onder de 200 kg blijft is er niets aan de hand.

Dagelijks verdwijnt 10% van de totale overgebleven hoeveelheid fluor. Ga na of de totale hoeveel onder de cruciale grens blijft.

b) De giften waaraan de ijsberen worden blootgesteld leiden tot verminderde weerstand. Daardoor krijgen bepaalde bacteriën vrij spel. Voor die bacteriën geldt het volgende:

- 40% overleeft de eerste dag niet
- van de overgebleven bacteriën overleeft 30% de tweede dag
- de kans om daarna ook de derde dag te overleven is 25%
- vanaf de vierde dag is de kans om nog een dag langer te leven slechts 10%

Neem aan dat alleen bacteriën van twee dagen of ouder nakomelingen kunnen krijgen. Ga na hoeveel nakomelingen deze bacteriën per bacterie maximaal mogen krijgen opdat de ijsbeer op de lange termijn bacterie-vrij is. Stel daartoe o.a. differentievergelijkingen op.

c) Een opvangcentrum in Groenland vangt ijsberen op die een virus onder de leden hebben. Deze ijsdieren krijgen gedurende 7 dagen een dagelijkse dosis medicijnen toegediend. Wetenschappers hebben aangetoond dat er tenminste 150 mg van de werkzame stof in het bloed van de dieren moet zitten. Ga ervan uit dat de medicijnen met 5% per uur worden afgebroken. Hoeveel mg moeten de beren dagelijks toegediend krijgen zodat er te allen tijde genoeg werkzame stof in het bloed overblijft?