REPRESENTACION DE FUNCIONES

- Dominio
- Simetría
- Periodicidad
- Corte con los ejes
- Asíntotas
- Máximos y mínimos
- Crecimiento y decrecimiento
- Puntos de inflexión
- Curvatura
- Tabla de valores
- Representación gráfica

Dominio. Son los valores que puede tomar la variable independiente x.

a) El dominio de una función polinómica son todos los nº reales.
b) El dominio de una función racional son todos los nº reales excepto los que anulen el denominador.
c) El dominio de una función irracional de índice par son todos los nº reales que hacen el radicando mayor o igual que cero.
d) El dominio de una función exponencial $y = a^{f(x)}$ son todos lo nº reales para los que exista f(x).
e) El dominio de una función logarítmica y = lg f(x) son todos los nº reales que hacen f(x) mayor que cero.
f) El dominio de las funciones, y = sen f(x) e y = cos f(x), son todos los nº reales para los que exista f(x).

Simetría. Una función puede o no tener simetría. Si la tiene esta puede ser de tres tipos.

a) Si f(-x)=f(x) la función es par; simétrica respecto del eje OY.
b) Si f(-x)=-f(x) la función es impar; simétrica respecto del origen de ordenadas.
c) $y = \sqrt{f(x)}$; Simétrica respecto al eje OX.

Periodicidad. Una función es periódica de periodo T, siendo T un nº real, sí f (x+T)=f (x).

Las funciones seno y coseno son periódicas de periodo 2π radianes y la tangente y la cotangente de periodo π.

Corte con los Ejes.

a) Corte con el eje OX. Se hace y=0 y se resuelve la ecuación.
b) Corte con el eje OY. Se hace x=0 y se calcula el valor de y.

Signo de la función.

Hay que estudiar las inecuaciones f(x)<0 y f(x)>0, y obtener los distintos intervalos en los que la función es positiva o negativa.

a) Sí f(x)>0 ⇒ la función estará dibujada por encima del eje OX.
b) Si f(x)<0 ⇒ la función estará dibujada por debajo del eje OX.

Asíntotas. Son rectas a las que se aproxima la gráfica de la función sin llegar a cortarlas.

Vertical. $\lim_{x \to x_0} f(x) = \infty$ En $x = x_0$, existe una asíntota vertical

Horizontales. $\lim_{x \to \infty} f(x) = L$ (nº finito) En y = L, existe una asíntota horizontal

Oblicua. Tienen la forma Y = mX + n donde: $\begin{cases} m = \lim_{x \to \infty} \dfrac{f(x)}{x} \\ n = \lim_{x \to \infty} [f(x) - m \cdot x] \end{cases}$

Observaciones

a) Las funciones polinómicas no tienen ningún tipo de asíntotas.
b) Si existen asíntotas horizontales no hay oblicuas o viceversa.

c) La gráfica de una función no puede cortar a las asíntotas verticales, pero sí, a las horizontales ó a las oblicuas. Para calcular el corte con las asíntotas horizontales u oblicuas basta resolver el sistema:

$$\begin{cases} y = f(x) \\ y = mx + n \end{cases}$$

d) En los puntos de asíntota vertical se calculas los límites laterales.

e) En las funciones de tipo racional se puede saber de antemano si van ha existir asíntotas horizontales u oblicuas, estudiando los grados del numerador y denominador.

$$f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)} : \text{GRADO } P(x) - \text{GRADO } Q(x) = \begin{cases} > 1 & \text{No hay ni oblicuas ni horizontales} \\ = 1 & \text{Existe una oblicua} \\ < 1 & \text{Existe una horizontal} \end{cases}$$

Estudio de la primera derivada.

Se estudia el signo y los ceros de la primera derivada:

- En los intervalos en que **f '(x) sea negativa**, la función es **decreciente**
- En los intervalos en que **f '(x) sea positiva**, la función es **creciente**
- En los puntos donde f '(x) sea cero y cambie el signo la derivada, existen extremos relativos, máximos o mínimos.

Estudio de la segunda derivada.

Se estudia el signo y los ceros de la segunda derivada:

- En los intervalos en que **f ''(x) sea negativa**, la función está por debajo de su tangente
- En los intervalos en que **f ''(x) sea positiva**, la función está por encima de su tangente.
- En los puntos donde f ''(x) sea cero y cambie el signo la derivada segunda, existen puntos de inflexión.

Tabla resumen