PROBLEMAS DE OPTIMACIÓN

1. Con una chapa de hojalata cuadrada de lado 60 cm es preciso hacer un cajón sin tapa que tenga volumen máximo. Se recortan cuadrados en los ángulos de la chapa y se dobla está para formar el cajón. ¿Cuál debe ser la longitud del lado de los cuadrados cortados?

2. En una carrera a través del desierto un automóvil debe ir desde la ciudad A hasta el oasis P situado a 500 Km de distancia de A. Puede aprovechar para ello una carretera recta que une las ciudades A y B y que le permite ir a una velocidad de 100 Km./h, mientras que si va por el desierto la velocidad es de 60 Km./h. Sabiendo que la distancia más corta de P a la carretera que une las ciudades es de 300 Km. Determinar la ruta que deber seguir para ir de A a P en el menor tiempo posible.

3. Se desea construir una lata de conservas en forma de cilindro circular recto de área total 150 cm^2 y volumen máximo. Determina su generatriz y su radio.

4. Calcular el radio de la base de un cono de volumen constante para que su área lateral sea mínima. ($S_{lateral} = \pi \cdot r \cdot g$; g=generatriz)

5. Encontrar entre todas las rectas que pasan por el punto (1,2) la que forma con las partes positivas de los ejes coordenados un triángulo de área mínima. Hallar esta área.

6. Escribir el número 4 como suma de dos enteros positivos tales que la suma del cuadrado del primero y del cubo del segundo sea mínima.

7. De un espejo rectangular de 90×80 cm. Se ha roto una esquina en forma triangular de catetos 12 y 10 cm. respectivamente. Hallar las dimensiones del espejo de superficie máxima que se pueda sacar aprovechando el anterior.

8. Se considera un circulo de radio r.

a) Probar que el rectángulo de área máxima inscrito en el círculo dado es un cuadrado
b) Considerando el círculo inscrito en dicho cuadrado, calcular el cociente entre las áreas de los círculos

9. Descomponer él numero 100 en dos sumandos tales que el doble del cuadrado del primero más tres veces el cuadrado del segundo sea mínimo.

10. Se divide una cuerda de longitud 1 en dos partes, no necesariamente iguales, para construir un cuadrado y una circunferencia. Probar que de todas las posibilidades, la que encierra un área total mínima surge cuando el radio del círculo es la mitad que el lado del cuadrado.

11. Hallar las dimensiones del rectángulo de área máxima que puede inscribirse en el semicírculo determinado por $x^2 + y^2 = 25$, $y \geq 0$.

12. Una pista de atletismo está formada por una región rectangular con un semicírculo en cada extremo. Si el perímetro es de 200 metros, hallar las dimensiones de la pista para que el área de la zona rectangular sea máxima.

13. Sea la parábola $y = x^2 - 4x + 4$ y un punto (p, q) sobre ella con $0 \leq p \leq 2$. Formamos un rectángulo de lados paralelos a los ejes con vértices opuestos (0, 0) y (p, q). Calcular(p, q) para que el área de este rectángulo sea máxima.

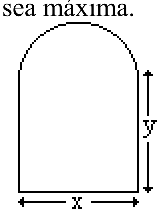
14. Se considera un triángulo rectángulo en el primer cuadrante, determinado por los ejes coordenados y una recta que pasa por le punto (1 , 1). Determinar los vértices del triángulo cuya hipotenusa tiene longitud mínima.

15. Dos líneas férreas se cortan perpendicularmente. Por cada línea avanza una locomotora (de longitud despreciable), dirigiéndose ambas al punto de corte; sus velocidades son 60 km/h y han salido simultáneamente de estaciones situadas, respectivamente, a 40 y 30 km del punto de corte.

1. Hallar la distancia a la que se encuentran las locomotoras, en función del tiempo que pasa desde que inician su recorrido.
2. Hallar el valor mínimo de dicha distancia.

16. Dada la parábola $y = 4 - x^2$, se considera el triángulo rectángulo T(r) formado por los ejes de las coordenados y la tangente a la parábola en el punto de abscisa $x = r > 0$. Hallar r para que T(r) tenga área mínima.

17. Se considera una ventana como la que se indica en la figura (la parte inferior es rectangular; la superior, una semicircunferencia). El perímetro de la ventana mide 6 m. Hallar las dimensiones × e y del rectángulo para que la superficie de la ventana sea máxima.



(Expresar los resultados en función de π)

18. Se considera un triángulo isósceles cuya base (el lado desigual) mide 10 cm y cuya altura mide 6 cm. En el se inscribe un rectángulo, cuya base esta situada sobre la base del triángulo.
a) Expresar el área A de dicho rectángulo en función de la longitud x de su base.
b) Escribir el dominio de la función A(x) y dibujar su gráfica.
c) Hallar el valor máximo de dicha función.

19. Hallar el radio de la base y la altura de un cilindro inscrito en una esfera de radio R en cada uno de los siguientes casos:
a) El volumen del cilindro es máximo.
b) El área lateral del cilindro es mínima.

20. A una ventana rectangular se le abre un triángulo equilátero sobre el lado superior. Si el perímetro total de la figura así formada es de 11 m, determinar sus dimensiones para que el área sea máxima.

21. Se construye un triángulo rectángulo en el primer cuadrante del plano, limitado por los ejes coordenados y una recta que pasa por el punto (2,3). Hallar las longitudes de los lados del triángulo de área mínima.