PROBABILIDAD CONDICIONADA

CUESTIONES

1. Sean A y B dos sucesos con p(A)=0,5, p(B)=0,3 y p(A∩B)=0,1. Calcular las siguientes probabilidades

$$p\left(A/B\right), p\left(A/A\cap B\right), p\left(A\cap B/A\cup B\right), p\left(A/A\cup B\right).$$

2. Sean A y B dos sucesos independientes de un cierto experimento aleatorio, tales que la probabilidad de que ocurran ambos simultáneamente es 1/3 y la de que no ocurra ninguno de los dos es 1/6, Calcúlese p(A) y p(B).

3. Sea A y B dos sucesos con P(A)=0’3, P(B)=0’7 y P(A∩B)=0’1. Se pide calcular las siguientes probabilidades: $p(\overline{A})$, $p(\overline{A}\cap\overline{B})$, $p(\overline{A}\cup\overline{B})$, $p(A\cap\overline{B})$.

4. Sean A y B dos sucesos arbitrarios independientes con probabilidades respectivas p(A) y p(B). Se pide: Expresar en función de p(A) y p(B) la probabilidad del suceso $(\overline{A}\cup\overline{B})\cap(\overline{A}\cup\overline{B})$

5. Siendo A y B sucesos incompatibles de un cierto espacio probabilístico tales que $p(A)=1/5$ y $p(B)=2/5$. Hallar $p(\overline{A}\cap\overline{B})$.

6. Sabiendo que $p(A)=1/2$, $p(\overline{B})=2/3$ y $p(\overline{A}\cup\overline{B})=3/4$, calcular:

a. $p(A\cap B)$
b. $p\left(B/A\right)$
c. $p\left(\overline{A}/B\right)$

7. Sabiendo que p(A)=0’4; p(B)=0’5 y p(A∩B)=0’3, calcular:

a. $p(\overline{A}\cup B)$
b. $p(\overline{A}\cap\overline{B})$
c. $p(\overline{A}\cup\overline{B})$

donde $\overline{A}$ representa el suceso contrario ó complementario de A.

8. Sean A y B sucesos independientes tales que p(A) = 0’15 y p(B) = 0’5. Calcular las siguientes probabilidades condicionadas:

a) $p\left(A/A\cap B\right)$
b) $p\left(A/A\cup B\right)$
c) $p\left(B/A\cap\overline{B}\right)$
d) $p\left(A\cap B/A\cup B\right)$

9.

a) Si A y B son dos sucesos incompatibles con p(A) = 0’3 y p(B) = 0’5, hallar $p(A^c \cap B^c)$
b) Si *A* y *B* son dos sucesos cualesquiera con p(A) = 0,4 y p(B) = 0,7, determinar los valores máximo y mínimo que puede tomar $P(A\cap B)$
.(A^c indica el suceso contrario o complementario de A).

10. Sean A y B dos sucesos tales que p(A) = 0’25, $p\left(A/B\right)=0'25$ y $p\left(B/A\right)=0'5$. Calcular $p\left(\overline{A}/\overline{B}\right)$

Nota.- La notación A^c representa el suceso complementario de A.

11. Se tienen tres sucesos A, B y C de un experimento aleatorio, con p(A)=0’7, p(B)=0’6, p(C)=0’1 y $p(\overline{A} \cup \overline{B}) = 0'58$. Se pide:

a) ¿Son independientes?

b) ¿Cuál es el mayor valor que puede tomar P(A∩C)?.Para este valor, calcular $p\left(\overline{C}/\overline{A}\right)$.

12. (Puntuación máxima: 2 puntos) Sean A y B sucesos asociados a un experimento aleatorio. Sabiendo que $p(A) = 1/3$, $p(B) = 1/5$ y $p(A \cup B) = 7/15$, hallar:

a) La probabilidad de que se verifiquen A y B
b) La probabilidad de que se verifique A y no B
c) La probabilidad de que no se verifique ni A ni B
d) La probabilidad de que no verifique A si no ha verificado B

13. (Puntuación máxima: 2 puntos) Se lanzan dos dados. Calcúlese la probabilidad de cada uno de los siguientes sucesos:
A ≡ Se obtiene cinco en alguno de los dados.
B ≡ Se obtiene un doble (los dados presentan la misma puntuación)

a) A∩B b) A∪B.

14. Sean A y B dos sucesos tales que $p(A) = 0'25$, $p(A/B) = 0'35$ y $p(B/A) = 0'5$, calcular:

$$p\left(\overline{A}/\overline{B}\right)$$

Nota.- La notación A^c representa el suceso complementario de A.

PROBLEMAS

1. Un alumno hace dos pruebas en un mismo día. La probabilidad de que pase la primera prueba es de 0'6. La probabilidad de que pase la segunda es de 0'8 y la de que pase ambas es de 0'5. Se pide

a) Probabilidad de que pase al menos una prueba.
b) Probabilidad de que no pase ninguna prueba.
c) Son las pruebas sucesos independientes.
d) Probabilidad de que pase la segunda prueba en el caso de no haber superado la primera

2. En una universidad, en la que no hay más que estudiantes de ingeniería, ciencias y letras, acaban la carrera el 5% de ingeniería, el 10% de ciencias y el 20% de letras. Se sabe que el 20% estudian ingeniería, el 30% ciencias y el 50% letras. Tomando un estudiante al azar, se pide;

a) Probabilidad de que halla acabado la carrera y sea de ingeniería.
b) Nos dice que ha acabado la carrera. Probabilidad de que sea de ingeniería.

3. Una urna contiene 6 bolas rojas y 2 negras. Disponemos además de una baraja española y de una baraja de póquer. Extrae una bola al azar. Si es roja extraiga una carta de la baraja española. Si es negra de la de póquer.

a) Calcula la probabilidad de que la carta extraída sea figura.
b) Volvemos a jugar. La carta extraída ha sido figura ¿Cuál es la probabilidad de que la bola extraída sea roja?

4. En una ciudad se publican dos periódicos, A y B. La probabilidad de que una persona lea el periódico A es 0'1; la probabilidad de que lea el B es de 0´1 y la probabilidad de que lea ambos es 0'02.

a) Calcular la probabilidad de que alguna persona no lea ninguno.
b) Calcular la probabilidad de que alguna persona que ha leído alguno de los periódicos lea también el otro.

5. (Puntuación máxima: 2 puntos) En una ciudad en la que hay doble número de hombres que de mujeres, hay una epidemia. El 6 % de los hombres y el 11 % de las mujeres están enfermos. Se elige al azar un individuo. Calculad la probabilidad de

a) que sea hombre
b) que esté enfermo
c) que sea hombre, sabiendo que está enfermo.

6. (2 puntos) Una persona despistada tiene ocho calcetines negros, seis azules y cuatro rojos, todos ellos sueltos. Un día con mucha prisa, elige dos calcetines al azar. Hallar la probabilidad de

a) que los dos calcetines sean negros
b) que los calcetines sean del mismo color
c) que al menos uno de ellos sea rojo
d) que uno sea negro y el otro no.

7. (2 puntos) Tres personas viajan en un coche. Si se supone que la probabilidad de nacer en cualquier día del año es la misma y sabemos que ninguno nació en un año bisiesto,

a) Hallar la probabilidad de que solamente una de ellas celebre su cumpleaños ese día
b) Calculad la probabilidad de que al menos dos cumplan años ese día.

8. Una urna A contiene 6 bolas blancas y 4 negras, una segunda urna B contiene 5 bolas blancas y 2 negras. Se selecciona una urna al azar y de ella se extraen 2 bolas sin remplazamiento. Calcular la probabilidad de que:

a) Las dos bolas sean blancas.
b) Las dos bolas sean del mismo color
c) Las dos bolas sean de distinto color

9. De una baraja española de 40 cartas, se eligen al azar simultáneamente cuatro cartas. Hallar:

a) La probabilidad de que se hayan elegido al menos dos reyes
b) La probabilidad de que tres de las cuatro cartas sean del mismo palo.

10. La cuarta parte de las participantes en un congreso son españolas. La probabilidad de que una congresista desayune té si es española es un octavo y la probabilidad de que tome té si es extranjera es un tercio. Si se elige una congresista al azar,

a) ¿Cuál es la probabilidad de que desayune té?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que no sea española si desayuna té?
c) ¿Cuál es la probabilidad de que sea española si no desayuna té?

11. La probabilidad de que un suceso A es 2/3, la del suceso B es ¾ y la de la intersección es 5/8. Hallar:

a) La probabilidad de que se verifique alguno de los dos
b) La probabilidad de que no ocurra B.
c) La probabilidad de que no se verifique ni A ni B.
d) La probabilidad de que ocurra A sí se ha verificado B.

12. Se realiza la experiencia compuesta consistente en lanzar al aire un dado y, a continuación, introducir una nueva bola en una urna que contiene 2 bolas blancas y 4 negras, de modo que si él número obtenido en el dado es par, se introduce en la urna una bola blanca, y si es impar una bola negra.

a) Calcular la probabilidad de obtener, al azar, bolas blancas al realizar dos extracciones sucesivas y sin remplazamiento de la urna, sabiendo que al lanzar el dado hemos obtenido un numero par.
b) Si se sacan simultáneamente dos bolas al azar de la urna después de haber lanzado el dado, ¿cuál es la probabilidad de que ambas sean blancas?

13. (Puntuación máxima: 2 puntos) Tras un estudio realizado sobre los taxistas de una ciudad española, se ha observado que el 70 % tiene más de 40 años y de estos el 60 % es propietario del vehículo que conduce. También se ha averiguado que el porcentaje de taxistas que, no superando los 40 años, es propietario del vehículo que conduce al 30 %. Se pide:

a) La probabilidad de que un taxista, elegido al azar, sea propietario del vehículo que conduce
b) Se elige un taxista al azar, y se comprueba que es propietario del vehículo que conduce, ¿cuál es la probabilidad de que tenga más de 40 años?

14. (Puntuación máxima 2 puntos) De una urna con 5 bolas, dos blancas y tres negras, se extraen dos bolas sin remplazamiento. Calcúlese la probabilidad de cada uno de los siguientes sucesos:

a) A≡ las dos bolas extraídas son del mismo color.
b) B ≡ Se extrae al menos una bola blanca

15. (Puntuación máxima 2 puntos) Se toman 4 cartas diferentes de una baraja, dos cincos, un seis y un siete. Las cartas se ponen boca abajo en la mesa y se mezclan al azar. Determínese la probabilidad de que al darles la vuelta, todas las cartas estén ordenadas en orden creciente, si los dos cincos son indistinguibles.

16. (Puntuación máxima 2 puntos) Se escuchan tres discos y se vuelven a guardar al azar, ¿Cuál es la probabilidad de que al menos uno de los discos haya sido guardado en el envoltorio que le correspondía?

17. (Puntuación máxima 2 puntos) Se considera una célula en el instante $t = 0$. En el instante $t = 1$ la célula puede o bien reproducirse, dividiéndose en dos, con probabilidad ¾ o bien morir, con probabilidad ¼. Si la célula se divide, entonces en el tiempo $t = 2$ cada uno de sus dos descendientes puede también subdividirse o morir, con las mismas probabilidades de antes, independientemente uno de otro.

a) ¿Cuántas células es posible que haya en el tiempo $t = 2$?
b) ¿Con que probabilidad?

18. (Puntuación máxima: 2 puntos) Se dispone de tres urnas, la A que contiene dos bolas blancas y cuatro rojas, la B con tres blancas y tres rojas, y la C con una blanca y cinco rojas.

a) Se elige una al azar y se extrae una bola de ella ¿Cuál es la probabilidad de que sea blanca?.
b) Si la bola extraída resulta ser blanca ¿Cuál es la probabilidad de que proceda de la urna B?

19. (Puntuación máxima: 2 puntos) De una urna con 4 bolas blancas y 2 negras se extraen al azar, sucesivamente y sin remplazamiento, dos bolas.
(a) ¿ Cuál es la probabilidad de que las bolas extraídas sean blancas?
(b) Si la segunda bola ha resultado ser negra, ¿cuál es la probabilidad de que la primera también lo haya sido?

20. (Puntuación máxima: 2 puntos) La probabilidad de que en un mes dado un cliente de una gran superficie compre un producto A es 0'6; La probabilidad de que compre un producto B es 0'5. Se sabe también que la probabilidad de que un cliente compre el producto B no habiendo comprado el producto A es 0'4.
(a) ¿Cuál es la probabilidad de que un cliente haya comprado solo el producto B?.
(b) ¿Cuál es la probabilidad de que un cliente no haya comprado ninguno de los productos?.

21. (Puntuación máxima: 2 puntos) Una empresa emplea tres bufetes de abogados para tratar sus casos legales. La probabilidad de que un caso se deba remitir al bufete A es 0'3; de que se remita al bufete B es 0'5 y de que se remita al bufete C es 0'2. La probabilidad de que un caso remitido al bufete A sea ganado en los tribunales es 0'6; para el bufete B es 0'8 y para el bufete C es 0'7.
(a) Calcúlese la probabilidad de que la empresa gane un caso.
(b) Sabiendo que un caso se ha ganado, determínese la probabilidad de que lo haya llevado el bufete A.

22. (Puntuación máxima: 2puntos) Un proveedor suministra lotes de materia prima y el 5% de ellos resulta defectuoso. Seleccionando al azar 3 lotes
(a) ¿Cuál es la probabilidad de que al menos 2 sean defectuosos?
(b) ¿Cuál es la probabilidad de que el máximo de lotes defectuosos sea 2?

23. (Puntuación máxima: 2 puntos) Una prueba para determinar cierta contaminación en el agua presenta los siguientes resultados en probabilidad: 0.05 de falsos positivos, esto es, casos en los que estando el agua libre de contaminación, el test dice que el agua se encuentra contaminada. Si el agua está contaminada, el test lo detecta con probabilidad 0,99. El agua está libre de contaminación con probabilidad 0,99. Si sé realizar una nueva prueba y el test indica que hay contaminación, calcular la probabilidad de que el agua esté libre de contaminación.

24. En un lote de libros, se observó que en uno de cada tres libros faltaba una hoja. Se pidió otro lote con el doble de libros, observándose que, en este caso, sólo faltaba una hoja en uno de cada seis libros. Si se ponen a la venta todos los libros, ¿cuál es la probabilidad de comprar uno al que le falte una hoja?

25. En una asignatura se elaboraron dos modelos de examen, A y B. La probabilidad de que un alumno hiciera el modelo A es 0,4. La probabilidad de aprobar habiendo hecho el modelo A es el doble que la probabilidad de aprobar con el B. Sabiendo que la probabilidad de aprobar es 0,5 ¿cuál es la probabilidad de aprobar habiendo hecho el modelo B?

26. Un barco cubre diariamente el servicio entre dos puertos. Se sabe que la probabilidad de accidente en día sin niebla es 0,005 y en día de niebla 0,07. Un cierto día de un mes en el que hubo 18 días sin niebla y 12 con niebla, se produjo un accidente. Calcular la probabilidad de que el accidente haya sido en un día sin niebla.

27. Se tienen tres urnas con bolas blancas y negras. La probabilidad de elegir la primera urna es p, la segunda es 2p y la tercera es $1-3p$, con $0 < p < 1/3$. La probabilidad de elegir una bola blanca en la primera urna es 1/2, en la segunda es 1/4 y en la tercera es 1/8.
Calcular en función de *p*:
a) La probabilidad de obtener una bola blanca en una extracción.
b) Si se ha obtenido una bola blanca, hallar la probabilidad de que provenga de la primera urna.

28. En una oposición hay un temario de 100 temas. El tribunal da a elegir entre dos opciones a los opositores:
Opción A: El opositor descarta 20 temas y luego elige un tema de entre dos extraídos al azar entre los 80 restantes.
Opción B: El opositor elige un tema entre tres de los 100, extraídos al azar.
Si un opositor ha estudiado la mitad de los temas, ¿qué modalidad le conviene? Razónese la respuesta.

29. Una enfermedad puede ser producida indistintamente por tres virus A, B y C. En un laboratorio se tienen dos tubos de ensayo con virus A, dos tubos con virus B y cinco tubos con virus C. La probabilidad de que el virus A produzca la enfermedad es 1/3, que B la produzca es 2/3 y que C la produzca es 1/7. Se elige al azar un tubo, se inocula el virus que contiene en un animal y éste contrae la enfermedad. Determinar la probabilidad de que el virus que se inoculó fuera del tipo C.

30. A veces, cuando se compra un producto en grandes cantidades, es necesario realizar un muestreo para inspeccionar la calidad de las mercancías que llegan al almacén. Los lotes de producto se aceptan o rechazan en base a los resultados obtenidos al inspeccionar algunos artículos seleccionados del lote. Supóngase que un determinado almacén ha aceptado el 98% de los lotes de calidad buena, y ha rechazado incorrectamente el 2% de los lotes que eran de calidad buena. Además se sabe que el almacén está aceptando el 94% de la totalidad de los lotes y que solo el 5% de los lotes son de mala calidad. Se pide:
a) Encontrar la probabilidad de que un lote sea rechazado
b) Encontrar la probabilidad de que un lote sea de calidad buena y además sea aceptado
c) Encontrar la probabilidad de que un lote sea de calidad mala y sea aceptado.
d) Encontrar la probabilidad de que un lote de calidad mala sea aceptado.

31. Un almacén está considerando cambiar su política de venta a plazo con el fin de reducir el número de clientes que finalmente no pagan. El jefe de esta acción de ventas sugiere que no se permita utilizar este procedimiento de compra a aquellos clientes que se hayan demorado en sus pagos al menos una semana en dos ocasiones distintas. Esta sugerencia se basa en que las estadísticas ponen de manifiesto que el 90% de los clientes que finalmente no pagaron se habían demorado al menos una semana en dos compras distintas. Estudios al margen indican que el 2% del total de clientes termina no pagando y que de aquellos que pagan, el 45% se ha demorado al menos una semana más de dos veces. Calcular la probabilidad de que un cliente que ya se demoró por lo menos dos veces en más de una semana finalmente no pague su cuenta. ¿Es acertada la nueva política de ventas sugerida por el jefe?

32. Un parque natural está dividido en dos partes P_1 y P_2 por un río. Hay 15 ciervos en la parte P_1 y otros 15 ciervos en la parte P_2. Un biólogo realiza investigaciones sobre la conducta de un cierto ciervo C que está en P_1. Por un descuido de los vigilantes 14 ciervos de P_1 pasan a P_2. Estos lo advierten y devuelven 14 ciervos (escogidos al azar) al territorio P_1. Informado el biólogo de tal contingencia, desea proseguir sus investigaciones sobre C. ¿ En cual de las dos partes P_1 y P_2 es preferible que empiece a buscar su ciervo?.