PROBLEMAS DE MATRICES

1. Supóngase que un constructor de edificios ha aceptado ordenes para 5 casas estilo rústico, 7 casas estilo imperial y 12 casas estilo colonial. El constructor está familiarizado, por supuesto, con la clase de materiales que entran en cada tipo de casa. Supongamos que los materiales son acero, madera, vidrio pintura y trabajo. Los números de la matriz que sigue dan las cantidades de cada material que entra en cada tipo de casa, expresadas en unidades convenientes. (Los números están expuestos arbitrariamente, y no es el propósito que sean realistas)

	Acero	**Madera**	**Vidrio**	**Pintura**	**Trabajo**
Rústico:	5	20	16	7	17
Imperial:	7	18	12	9	21
Colonial:	6	25	8	5	13

Calcular cuánto debe obtener, el contratista, de cada material para cumplir con sus contratos. Qué precios tiene que pagar por estos materiales, suponiendo que el acero cuesta 15€ por unidad, la madera 8€ por unidad, el vidrio 5€ por unidad, la pintura 1€ por unidad, y el trabajo 10€ por unidad. ¿Cuál es el costo de los materiales para todas las casas?

Solución.

M = Tipo de casa × tipo de material

V = Número de casa × tipo de casa

P = Precios × tipo de material

$$M = \begin{pmatrix} 5 & 20 & 16 & 7 & 17 \\ 7 & 18 & 12 & 9 & 21 \\ 6 & 25 & 8 & 5 & 13 \end{pmatrix}: \quad V = \begin{pmatrix} 5 & 7 & 2 \end{pmatrix}: \quad P = \begin{pmatrix} 15 & 8 & 5 & 1 & 10 \end{pmatrix}$$

C = Unidades de material × tipo de material = V·P

$$C = \begin{pmatrix} 5 & 7 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 & 20 & 16 & 7 & 17 \\ 7 & 18 & 12 & 9 & 21 \\ 6 & 25 & 8 & 5 & 13 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 147 & 526 & 260 & 158 & 388 \end{pmatrix}$$

D = Precio total = $C \cdot P^t$

$$D = \begin{pmatrix} 147 & 526 & 260 & 158 & 388 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 15 \\ 8 \\ 5 \\ 1 \\ 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11736 \end{pmatrix}$$

2. Juan necesita comprar una docena de huevos y otra de naranjas, media docena de manzanas y otra de peras y tres limones. En una tienda A las manzanas valen 4 Ptas. cada una, los huevos 6 Ptas., los limones 9 Ptas., las naranjas 5 Ptas. y las peras 7 Ptas. En la tienda B, los precios son ligeramente diferentes, 5 Ptas. por la manzana, 5 Ptas. por huevo, 10 Pts. por limón, 10 Pts. por naranja y 6 Pts. por pera. ¿Cómo le resultará a Juan la compra más económica?

Solución.

A = unidades de frutas × tipo de fruta

P_A = tipo de fruta × precio tienda A

P_B = tipo de fruta × precio tienda B

$$A = \begin{pmatrix} 12 & 12 & 6 & 12 & 3 \end{pmatrix}: \quad P_A = \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \\ 4 \\ 7 \\ 9 \end{pmatrix}: \quad P_B = \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \\ 5 \\ 6 \\ 10 \end{pmatrix}$$

C_A = coste de la compra en la tienda A = $A \cdot P_A$

C_B = coste de la compra en la tienda B = $A \cdot P_A$

$$C_A = \begin{pmatrix}12 & 12 & 6 & 12 & 3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}6\\5\\4\\7\\9\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}267\end{pmatrix}$$

$$C_B = \begin{pmatrix}12 & 12 & 6 & 12 & 3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}5\\10\\5\\6\\10\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}312\end{pmatrix}$$

es más barato comprar en la tienda A

3. Una urna contiene 5 bolas rojas, 3 verdes y 1 blanca. Se sacará al azar una bola, Y luego se pagará a los portadores de tres clases de billetes de la lotería, A, B y C, de acuerdo con la siguiente manera: Si se escoge una bola roja, los portadores del billete A obtendrán 1€, los portadores del billete B 3€, y los portadores del billete C no obtendrán nada. Si se escoge la verde, los pagos son de 4, 1 y 0 respectivamente. Si se escoge la blanca, los portadores del billete C obtendrán 16€, y los otros nada. ¿Qué billete preferiríamos tener?

Solución.

$$P = \text{Probabilidad} \times \text{color de bola} = \begin{pmatrix}\frac{5}{9} & \frac{3}{9} & \frac{1}{9}\end{pmatrix}$$

$$G = \text{Color de bola} \times \text{ganancias según tipo de billete} = \begin{pmatrix}1 & 3 & 0\\4 & 1 & 0\\0 & 0 & 16\end{pmatrix}$$

$$\text{Ganancia media por billete } B = P\cdot G = \begin{pmatrix}\frac{5}{9} & \frac{3}{9} & \frac{1}{9}\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & 3 & 0\\4 & 1 & 0\\0 & 0 & 16\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\frac{17}{9} & 2 & \frac{16}{9}\end{pmatrix}$$

El billete con el que es más probable ganar más es el B.

4. En un hospital oncológico se aplica a un grupo de 4 pacientes un tratamiento de quimioterapia mediante un protocolo CMF. Las cantidades diarias que necesita cada paciente de cada uno de los compuestos varían según la superficie total corporal, del siguiente modo:
Paciente 1: 1.200 mg de C, 80 mg de M y 1.200 mg de F
Paciente 2: 900 mg de C, 60 mg de M y 950 mg de F
Paciente 3: 1.100 mg de C, 75 mg de M y 1.000 mg de F
Paciente 4: 1.150 mg de C, 80 mg de M y 1.100 mg de F
Teniendo en cuente que el tratamiento se va a aplicar 3 semanas a los pacientes 1, 3 y 4 y 2 semanas al paciente 2; hallar la matriz de necesidades diarias y las cantidades de cada compuesto necesarias para poder atender correctamente los tratamientos de los 4 pacientes.

Solución.

$$P = \text{Tipo de paciente} \times \text{tipo de compuesto} = \begin{pmatrix}1200 & 80 & 1200\\900 & 60 & 950\\1100 & 75 & 1000\\1150 & 80 & 1100\end{pmatrix}$$

$$T = \text{Número de días} \times \text{tipo de paciente} = \begin{pmatrix}21 & 14 & 21 & 21\end{pmatrix}$$

$$D = \text{Cantidad diaria} \times \text{tipo de compuesto} = \begin{pmatrix}4350 & 295 & 4250\end{pmatrix}$$

$$\text{Tratamiento completo} = T \cdot P = \begin{pmatrix} 21 & 14 & 21 & 21 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1200 & 80 & 1200 \\ 900 & 60 & 950 \\ 1100 & 75 & 1000 \\ 1150 & 80 & 1100 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 85050 & 5775 & 82600 \end{pmatrix}$$