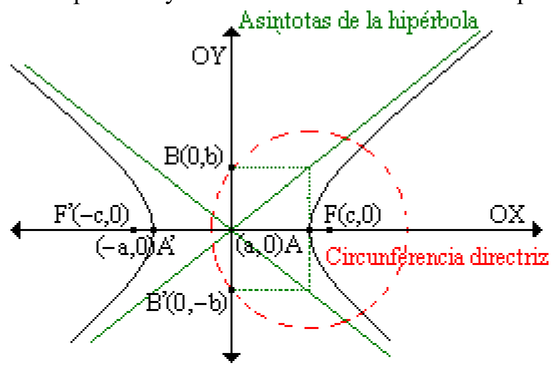
HIPERBOLA

Definición

Lugar geométrico de los puntos del plano cuya diferencia de distancias a dos puntos fijos es constante



Elementos de una hipérbola

- **Focos** son los puntos fijos F y F'
- **Centro** punto medio del segmento $\overline{FF'}$
- **Eje Focal** es la recta que pasa por los focos.
- **Eje secundario** o imaginario: Es la mediatriz del segmento $\overline{FF'}$
- **Radio vectores** de un punto P de a hipérbola son los segmentos $\overline{PF}$ y $\overline{PF'}$.
- **Distancia focal** es el segmento $\overline{FF'}$ de longitud 2c.
- **Vértices**
  - Los puntos A y A' son los puntos de intersección de la hipérbola con el eje focal.
  - Los puntos B y B' se obtienen por intersección de eje imaginario con la circunferencia directriz, de centro uno de los vértices A ó A' y de radio c(semidistancia focal).
- **Eje mayor** es el segmento $\overline{AA'}$ de longitud 2a.
- **Eje menor** es el segmento $\overline{BB'}$ de longitud 2b.
- **Ejes de simetría** son las rectas que contiene al eje real o al eje imaginario.
- **Asíntotas** de la hipérbola son dos rectas secantes en el centro de la hipérbola, hacia las que tienden las ramas de está.

Ecuación analítica

$$d(P-F') - d(P-F) = Cte. = 2a$$

Tomando como centro el punto O(0,0), por focos los puntos F(c, 0) y F'(–c, 0) y por vértices A(a, 0) y A'(–a, 0) y aplicando la definición para un punto genérico de la hipérbola P(x, y):

$$\sqrt{(x+c)^2+y^2} - \sqrt{(x-c)^2+y^2} = 2a$$

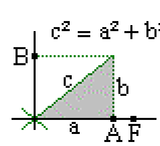
Separando las raíces y elevando al cuadrado;

$$xc - a^2 = a\sqrt{(x-c)^2+y^2}$$

volviendo a elevar al cuadrado;

$$(c^2-a^2)\cdot x^2 - a^2\cdot y^2 = a^2(c^2-a^2)$$

Teniendo en cuenta:



$b^2 = c^2 - a^2$

se obtiene:

$$b^2\cdot x^2 + a^2\cdot y^2 = a^2\cdot b^2$$

cuya expresión en forma canónica es:

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$$

Si el centro se desplaza al punto $O(x_o, y_o)$ la ecuación anterior se transforma en:

$$\frac{(x-x_o)^2}{a^2}-\frac{(y-y_o)^2}{b^2}=1$$