

PROBLEMAS METRICOS

- Hallar el área del triángulo de vértices A(1,1), B(2,3) y C(5,2).
- Halla las ecuaciones de las bisectrices determinadas por las rectas $y=3x$ e $y=1/3 \cdot x$. Comprueba que ambas bisectrices son perpendiculares.
- Halla la ecuación de una recta r, perpendicular a $-x + 3y + 9 = 0$ y cuya distancia al punto P(3,-1) sea $\frac{7}{\sqrt{10}}$.
- Calcula la ecuación de la mediatriz del segmento de extremos A(-4,2) y B(1,3).
- Halla el área del triángulo definido por las rectas:
$$r_1 \equiv y=x \qquad r_2 \equiv y = \frac{3}{7}x - \frac{8}{7} \qquad r_3 \equiv \begin{cases} x = 5 + t \\ y = 1 + t \end{cases}$$
- Hallar el radio de la circunferencia centrada en el origen, que es tangente a la recta $r \equiv -2x + 3y - 6 = 0$.
- Determina c para que la recta $3x - 4y + c = 0$ diste del punto P(5,2) tres unidades.
- Dado el triángulo de vértices A(-3,1), B(2,2) y C(-4,2)
 - Ecuación de la recta AB
 - Perímetro del triángulo
 - Mediana del vértice A
 - Altura correspondiente al vértice A
 - Baricentro
 - Ortocentro
 - Circuncentro
 - Incentro
- Un rombo tiene un vértice en el punto (6,1), una diagonal sobre la recta $2x + y - 3 = 0$ y sabemos que su área vale 20 u^2 . Hallar los restantes vértices del rombo y la longitud de sus lados.
- Un rombo tiene un vértice en el punto (3,6), una diagonal sobre la recta $x + 5y - 7 = 0$ y sabemos que su área vale 208 u^2 . Hallar los restantes vértices del rombo y la longitud de sus lados.
- Averiguar si el cuadrilátero A(-2,3), B(3,8), C(4,1), D(1,-4) es un cuadrado.
- Dos vértices consecutivos de un cuadrado son A(5,1) y B(1,3). Hallar su área.
- Clasificar el triángulo A(4,-3), B(3,0) y C(0,1).
- Hallar a con la condición de que los puntos A(0,a) y B(1,2) disten la unidad.
- Hallar m con la condición de que los puntos A(3,1), B(1,5) y C(2,m) estén alineados.
- Hallar la longitud de la perpendicular trazada desde el origen a la recta $4x + 3y = 12$.
- Hallar la ecuación de las rectas que distan $\sqrt{2}$ unidades del origen y forman con OX un ángulo de 60° .

18. Sea el triángulo ABC rectángulo en B. Si BC está sobre la recta $2x + 7y - 11 = 0$, calcula la recta sobre la que se encuentra el lado AB sabiendo que $A(1,1)$. Calcula la longitud de ese cateto, así como los ángulos del triángulo.

19. Dos lados de un cuadrado están sobre las rectas $r \equiv 5y = 3x + 10$, $s \equiv 3x - 5y = 5$. Hallar su área.

20. Hallar k para que la recta $8x + 15y + k = 0$ diste 5 unidades del punto $(2,3)$.

21. Desde un punto $P(2,-3)$ se traza una perpendicular a la recta $3x - 4y + 6 = 0$. ¿A qué distancia pasa del punto $Q(6,8)$?

22. Hallar el área del rectángulo limitado por las rectas $x - 2y = 3$; $x - 2y = -4$; $2x + y + 2 = 0$ y $2x + y - 4 = 0$.

23. Ecuación de la recta que pasa por el origen y forma un ángulo de 45° con la recta $2x - y + 2 = 0$.

24. Ecuación del lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de $(3,2)$, 2 unidades.

25. Determinar el lugar geométrico de los punto P del plano que equidista de los ejes coordenados.

26. Ecuación del lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de los extremos del segmento AB, siendo $A(-3,1)$ y $B(5,-2)$.

27. Lugar geométrico de los puntos del plano, cuya diferencia de cuadrados de distancia a los puntos $A(3,5)$ y $B(-2,0)$ es constante e igual a 8 unidades.

28. Ecuación de las alturas del triángulo de vértices $A(1,5)$, $B(4,-2)$, $C(-2,-1)$. Hallar su ortocentro.

29. Sea la recta $r: x + y = 1$. Hallar la ecuación del lugar geométrico de los puntos del primer cuadrante tales que el cuadrado de su distancia a la recta r sea igual al producto de sus distancia a los ejes.

30. Lugar geométrico de los puntos del plano que distan de $A(2,0)$ el doble que de $B(5,3)$.

31. Halla un punto C de la recta $2x + y + 2 = 0$, que junto con los puntos $A(3,0)$ y $B(1,3)$ forme un triángulo rectángulo en A. Determinar las ecuaciones de las mediatrices del triángulo y probar que se cortan en un punto (circuncentro del triángulo).

32. ¿Qué, valor ha de tener a para que la recta $3x - 4y + a = 0$, pase a una distancia 3 del punto $A(5,2)$.

33. Calcular el valor de a para que las rectas $x + ay + 2 = 0$ y $3x + \sqrt{3}y = 0$, formen un ángulo de $\frac{\pi}{6}$ rad.

34. Sea un cuadrado de vértices consecutivos ABCD. Se sabe que $A(-2,3)$ y que el lado CD está sobre la recta $x - 3y + 1 = 0$. Encontrar los vértices B, C, D y el área del cuadrado.

35. Dado un triángulo de vértices $A(0,1)$, $B(2,3)$ y $C(3,0)$. Hallar su baricentro, su circuncentro, la longitud de la altura correspondiente al vértice C, el coseno del ángulo A y el área.

36. Hallar la ecuación de la recta perpendicular a $2x - 3y + 7 = 0$ y que pasa por el punto medio del segmento que forma r con los ejes coordenados.

37. Hallar los vértices B y D del cuadrado que tiene por diagonal el segmento AC, tal que $A(1,2)$ y $C(9,6)$.

38. Hallar el valor de a para que el triángulo de vértices: $A(0,0)$, $B(3,2)$ y $C(a,1)$ tenga área 3.
39. Un triángulo isósceles tiene por base el segmento AB , con $A(1,2)$ y $B(6,3)$. El otro vértice está sobre la recta $3x - y + 8 = 0$. Calcular las coordenadas de C , la altura y el área.
40. Hallar la distancia del punto medio del segmento que une los puntos $A(3,2)$ y $B(4,-6)$ a la recta $3x + 4y - 6 = 0$.
41. Dadas las rectas: $r: 4x + 3y + 1 = 0$ y $s: 2x - y + 3 = 0$. Hallar:
- El coseno del ángulo que forman.
 - Un punto de s que diste 6 unidades de r .
42. Ecuaciones de las tres mediatrices del triángulo de vértices: $A=(3,1)$, $B=(7,5)$, $C=(5,-1)$. Hallar el circuncentro del triángulo.
43. Hallar las ecuaciones de las tres alturas del triángulo anterior. Obtener las coordenadas del ortocentro de este triángulo.
44. Distancia del punto $P=(1,-1)$ a la recta $x = -3$.
45. Área del triángulo de vértices $A=(1,2)$, $B=(7,4)$ y $C=(2,7)$.
46. Coordenadas del punto P , simétrico del $P=(1,-2)$ respecto de la recta $3x - 4y = 0$.
47. Distancia entre las rectas, $r: 3x - 4y + 2 = 0$ y $s: 6x - 8y + 11 = 0$.
48. Dos vértices opuestos de un cuadrado son los puntos $A=(1,1)$ y $C=(5,3)$. Hallar las coordenadas de los otros dos vértices y la longitud del lado.
49. Las rectas de ecuaciones $ax - y = 4$; $x + b = y$, son perpendiculares y cortan al eje de abscisas en dos puntos distantes 5 unidades. Halla a y b .
50. Un segmento tiene por extremos $(-3,-1)$ y $(4,3)$. Halla un punto de dicho segmento tal que la razón a los extremos sea $\frac{2}{3}$.
51. Halla las ecuaciones de las rectas que pasan por el punto $(-3,0)$ y forman con la recta de ecuación $3x - 5y + 9 = 0$ un ángulo cuya tangente vale $\frac{1}{3}$.
52. Halla las coordenadas del punto simétrico del origen respecto de la recta $4x + 3y = 50$.
53. La recta $4x - 3y = 12$ es mediatriz del segmento AB . Sabiendo que las coordenadas de A son $(1,0)$, hallar las de B .
54. Determinar el área del paralelogramo $OABC$ y las ecuaciones de los lados AB y BC sabiendo que OA es la recta de ecuación $x - 2y = 0$, OC tiene de ecuación $3x + y = 0$ y las coordenadas de B son $(3,5)$.
55. Los puntos $B(-1,3)$ y $C(3,-3)$ son los vértices de un triángulo isósceles que tiene el tercer vértice A en la recta $x + 2y - 15 = 0$, siendo AB y AC los lados iguales. Calcula las coordenadas de A y las tres alturas del triángulo.

56. Por el punto A(2,6) se trazan dos rectas perpendiculares a las bisectrices del primer cuadrante y del segundo cuadrante. Hallar:

- (a) Las ecuaciones de dichas rectas.
- (b) Las coordenadas de los vértices del triángulo formado por la recta $3x-13y-8=0$ con dichas rectas.

57. Halla la ecuación de la recta que, pasando por el punto P(2,-3), forma un ángulo de 45° con la recta $3x-4y+7=0$.

58. Dados los puntos A(4,-2) y B(10,0), hallar el punto de la bisectriz de los cuadrantes 2^a y 4^a que equidista de los dos.

59. Halla un punto de la recta $2x-y+5=0$ que equidiste de A(3,5) y B(2,1).

60. Encuentra un punto C de la recta de ecuación $2x-y+5=0$ que equidiste de A(3,5) y B(2,1).

61. Calcula el pie de la perpendicular trazada por el punto P(-1,2) a la recta $3x-5y-21=0$, y la distancia de dicho pie al punto en que esta recta corta al eje OX.

62. Hallar el valor de k para que las rectas $r \equiv \begin{cases} x = 2 - \lambda \\ y = 2\lambda \end{cases}$ y $s \equiv \begin{cases} x = 1 + 2\mu \\ y = 2 + k\mu \end{cases}$ formen un ángulo de 45° .

63. Halla la ecuación de la recta que corta al eje OX en el punto de abscisa 3 y forma con él un ángulo de 60° .

64. Dados los puntos A(2,1), B(-3,5) y C(4,m), calcula m para que el triángulo ABC tenga de área 6.

65. Halla el área del cuadrilátero de vértices A(2,-2), B(4,2), C(4,0) y D(-3,2).

67. Halla la longitud de la altura del triángulo A(2,-1), B(5,1) y C(0,3), que parte del vértice C, y halla el área del triángulo.

68. Calcula las ecuaciones de las rectas que pasando por el punto A(1,-2) disten dos unidades del punto B(3,1).

69. Halla las ecuaciones de las rectas perpendiculares a las bisectrices de los ejes y que distan del origen 3 unidades.

70. Una recta determinada tiene de ecuación $\cos 60^\circ x + \sin 60^\circ y - 5 = 0$, e intercepta entre los ejes coordenados un segmento. Halla:

- (a) La ecuación de la mediatriz del segmento.
- (b) Las coordenadas del baricentro del triángulo que la recta determina con los ejes.
- (c) El área del triángulo anterior.
- (d) La bisectrices de dicho triángulo.

71. Dado el triángulo de vértices A(0,1), B(2,3) y C(3,0) calcula: el baricentro, el circuncentro, el incentro y el ortocentro.

72. Dadas las familias de rectas representadas por las ecuaciones $(a-1)x-2ay-5=0$ y $ax-(2a-1)y=0$, hallar el lugar geométrico del punto de intersección de las dos familias.

73. Desde el punto F(5,10) parte un rayo luminoso que se refleja en la recta de ecuación $3x+4y=30$ y después de la reflexión llega al punto A(13,4). ¿En qué punto de la recta dada debe reflejarse el rayo?.

74. Sobre una pradera llana hay dos montones de granos situados en los puntos $A(3,1)$ y $B(7,4)$. Desde un hormiguero cercano, las hormigas han marcado sobre el suelo sendos caminos rectilíneos formando un ángulo recto, dirigidos a los dos montones de granos. ¿En qué punto se encuentra el hormiguero, si se sabe que está situado sobre la recta de ecuación $x - y = 4$?

75. Juan y Ana parten, respectivamente, de los puntos $A(-5,2)$ y $B(2,3)$. Se encuentran, con gran regocijo, en un punto de la recta $y = 2x + 4$. Halla las coordenadas del punto de encuentro, la distancia desde dicho punto a los puntos de partida y el área del triángulo que determinan los tres puntos.

76. Pedro halla el punto B , simétrico de $A(1,3)$, respecto de la bisectriz del primer cuadrante; Pilar halla el punto C , simétrico de B respecto del eje de abscisas, y a continuación Carmen halla D , simétrico del C respecto de la bisectriz del cuarto cuadrante. Santiago dice que se podía pasar de A a D en una sola simetría. ¿Sabrías calcular la ecuación del eje de dicha simetría?

77. Un cuadrado tiene un vértice en $P(1,12)$ y el centro en el punto $(6,0)$. Hallar los otros vértices y el área.